



**Filipe Manuel  
Gonçalves Rodrigues**

**O Problema de Seleção de Fornecedores Para  
Vários Produtos Considerando Descontos de  
Quantidade**





**Filipe Manuel  
Gonçalves Rodrigues**

**O Problema de Seleção de Fornecedores Para  
Vários Produtos Considerando Descontos de  
Quantidade**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Matemática e Aplicações, realizada sob a orientação científica da Doutora Maria Cristina Saraiva Requejo Agra, Professora Auxiliar do Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro.



**o júri / the jury**

presidente / president

**Doutor António Ferreira Pereira**

Professor Auxiliar da Universidade de Aveiro

vogais / examiners committee

**Doutora Maria Margarida de Andrade Corte Real Gonçalves**

Professora Auxiliar da Universidade Católica do Porto

**Doutora Maria Cristina Saraiva Requejo Agra**

Professora Auxiliar da Universidade de Aveiro



**agradecimentos /  
acknowledgements**

Em primeiro lugar agradeço a Deus por sempre estar do meu lado e nunca me ter abandonado ao longo da execução deste mestrado.

Agradeço a toda a minha família que me apoiou ao longo da minha formação. Em particular, aos meus pais que me ajudaram em tudo o que puderam e aguentaram o meu mau feitio em alguns momentos de dificuldade.

Um obrigado também a todos os meus amigos que tornaram esta minha caminhada mais fácil e mais feliz. Em particular, ao padre Manuel António Rocha pelo auxílio prestado na realização desta dissertação.

Agradeço ainda à empresa *Talents & Treasures* por me ter acolhido para a realização do estágio curricular.

Por fim, um agradecimento muito profundo à Doutora Maria Cristina Saraiva Requejo Agra pela forma como foi acompanhando a realização desta dissertação, especialmente pela paciência e disponibilidade incondicionais que teve comigo.





## Resumo

Vivemos num mundo cada vez mais globalizado. Esta situação conduz ao aumento da competitividade entre as empresas. Sendo os fornecedores a base das organizações, a forma como estes são selecionados terá grande impacto no sucesso das mesmas. Por esta razão, esta questão tem sido alvo de grande estudo nos últimos tempos.

Nesta dissertação, estudamos o problema de seleção de fornecedores para vários produtos considerando descontos de quantidade por patamares e custos de transporte relacionados com valores mínimos de encomenda fixados pelos fornecedores.

Apresentamos um modelo de Programação Linear Inteira para este problema com o qual é possível obter a solução exata do mesmo. Será ainda descrita para este problema uma Heurística Híbrida e um Algoritmo Genético. Para avaliar a sua eficácia e eficiência damos a conhecer, na parte final desta dissertação, resultados computacionais da aplicação destas heurísticas a exemplos reais e a exemplos gerados aleatoriamente.



## **Abstract**

Increasingly, the world we live in has become a globalized world. This fact leads to increased competitiveness between companies. For this reason the selection of suppliers of a company becomes an important issue with great impact for success. Therefore, the suppliers selection problem has been the subject of much study in recent times.

In this thesis, we study the suppliers selection problem having many products, quantity discounts in steps and transportation costs related with minimum order values set by the suppliers.

We develop an Integer Linear Programming model that is used to obtain the optimal solution of the problem and we present a Hybrid Heuristic and a Genetic Algorithm. To assess their effectiveness and efficiency a computational experience is performed using real examples and randomly generated instances.



# Conteúdo

<b>Conteúdo</b>	<b>i</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>iii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>v</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Apresentação do Problema em Estudo</b>	<b>5</b>
2.1 Formulação do Problema . . . . .	6
<b>3 Revisão de Literatura: Problema de Seleção de Fornecedores Considerando Vários Produtos</b>	<b>11</b>
<b>4 Métodos Usados no Problema de Seleção de Fornecedores</b>	<b>17</b>
4.1 <i>Analytic Network Process</i> . . . . .	17
4.1.1 <i>Analytic Hierarchy Process</i> . . . . .	19
4.2 Técnicas <i>Fuzzy</i> . . . . .	21
4.3 <i>Data Envelopment Analysis</i> . . . . .	22
4.4 Programação Multi-Objetivo . . . . .	23
4.5 Outras Técnicas . . . . .	24
<b>5 Heurísticas</b>	<b>27</b>
5.1 Heurística de Seleção do Menor Preço (Heurística SMP) . . . . .	28
5.2 Algoritmo Genético . . . . .	34
5.2.1 Terminologia Usada nos Algoritmos Genéticos . . . . .	35
5.2.2 Estrutura Geral dos Algoritmos Genéticos . . . . .	36
5.2.3 Descrição do Algoritmo Genético Desenvolvido . . . . .	39
<b>6 Exemplos de Aplicação</b>	<b>45</b>
6.1 Exemplos Provenientes da HFA . . . . .	45
6.2 Exemplos Gerados Aleatoriamente . . . . .	49

6.2.1	Construção dos Exemplos . . . . .	49
6.2.2	Resultados Obtidos para os Exemplos Construídos . . . . .	49
6.3	Análise e Discussão de Resultados . . . . .	53
<b>7</b>	<b>Conclusão</b>	<b>57</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>59</b>

# Lista de Figuras

3.1	Apresentação das técnicas estudadas para o problema de seleção de fornecedores multi-produto pelos autores dos trabalhos referidos anteriormente. . . . .	15
4.1	Exemplo de representação de relações intra-clusters/inter-cluster, adaptado de [32]. . . . .	18
4.2	Exemplo de estruturação do AHP com três níveis principais e um secundário, adaptado de [72]. . . . .	20
4.3	Classificação dos métodos aplicados ao problema de seleção de fornecedores [58].	24
5.1	Representação das relações entre <i>genes</i> e <i>fatores</i> . . . . .	36
5.2	Fluxograma de um algoritmo genético, adaptado de [28]. . . . .	36
5.3	Ilustração do Método dos K Pontos, com K=3 (à esquerda), e do Método Uniforme (à direita). . . . .	39
5.4	Exemplo de construção de uma solução inicial cujo fornecedor principal é o <i>Fornecedor 1</i> considerando sete produtos pedidos. . . . .	40
5.5	Ilustração da obtenção de uma nova população (Método SDPM). . . . .	42
5.6	Ilustração da obtenção de uma nova população (Método SDIM). Considere-se que a aptidão $a_2$ é pior que a aptidão $a_1$ e $a_3$ e que a aptidão $a_6$ é pior que a aptidão $a_4$ e $a_5$ . . . . .	42
5.7	Ilustração do processo a repetir para obtenção da solução final. . . . .	43
5.8	Representação das variantes do Algoritmo Genético descrito. . . . .	44





# Lista de Tabelas

4.1	Medidas de classificação de preferências. Adaptado de Saaty [69]. . . . .	19
4.2	Listagem de técnicas combinadas e ferramentas computacionais desenvolvidas desde 2006 para o problema de seleção de fornecedores, adaptado de Lima et al. [51]. . . . .	25
6.1	Apresentação das dimensões (número de fornecedores, produtos e condições de fornecimento), número de unidades do produto final, valor ótimo e valor obtido pela Heurística SMP para os exemplos provenientes dos projetos da HFA. . .	46
6.2	Resultados obtidos pela aplicação do Algoritmo Genético, nas suas diferentes variantes quando aplicado aos exemplos provenientes dos projetos da HFA. .	47
6.3	Tempos de execução computacional do Algoritmo Genético nas suas diferentes variantes, quando aplicado aos exemplos provenientes dos projetos da HFA. .	48
6.4	Apresentação das dimensões (número de fornecedores, produtos e condições de fornecimento), valor ótimo e valor obtido pela Heurística SMP para os exemplos gerados. . . . .	50
6.5	Resultados obtidos pela aplicação do Algoritmo Genético nas suas diferentes versões quando aplicado aos exemplos gerados aleatoriamente . . . . .	51
6.6	Tempos de execução computacional do Algoritmo Genético nas suas diferentes versões, quando aplicado aos exemplos gerados aleatoriamente. . . . .	52
6.7	Valor da solução ótima dos exemplos considerados, média dos valores das soluções obtidas pelas variantes do Algoritmo Genético, diferença relativa entre a média dos valores obtidos pelo Algoritmo Genético e o valor da solução ótima do problema, desvio padrão dos valores das soluções obtidas pelo Algoritmo Genético e menor diferença relativa entre as soluções obtida pelas variantes do Algoritmo Genético e a solução ótima dos exemplos. . . . .	53



# Capítulo 1

## Introdução

Desde a era dos descobrimentos até aos dias de hoje, o mundo em que vivemos tem sofrido um processo de mudança a nível social, económico, cultural e político, designado por globalização. Este caracteriza-se pelo aumento da proximidade das relações entre pessoas e mercados de diferentes países, o que facilita e agiliza a troca de ideias e informação. Como consequência, vão sendo criados cada vez mais pontos de interesse comuns entre as pessoas, o que leva ao aumento da competitividade entre as empresas de negócios, que são obrigadas a inovar produtos e processos a fim de que se possam assim distinguir no mercado. Para isso, é importante que estabeleçam relações e parcerias com outras organizações uma vez que dificilmente conseguirão subsistir isoladamente [84].

Na maior parte dos casos, as empresas necessitam de matérias primas provenientes de outras organizações para manterem a sua atividade. Por esta razão, podemos dizer que os fornecedores são a base das organizações. De facto, uma empresa só conseguirá alcançar os seus objetivos se tiver fornecedores que respondam devidamente às suas necessidades. Torna-se por isso extremamente importante que mantenham uma relação próxima com os seus fornecedores, pelo que, quanto maior for a proximidade dessa relação, maior facilidade haverá na ocorrência de negociações.

Atualmente, na maioria das empresas, o número de fornecedores disponíveis para o fornecimento de um determinado produto é muito elevado, pelo que a seleção de fornecedores se revela um processo bastante complexo. Esta deve basear-se em alguns critérios específicos, estabelecidos pelas próprias empresas, que muitas vezes são conflituosos: é o caso do preço e da qualidade, pois preços baixos vêm normalmente associados a baixa qualidade e vice-versa. Estes critérios variam de empresa para empresa e devem estar de acordo com a sua estratégia de negócio. Por exemplo, empresas que se pretendam distinguir no mercado pela rapidez de entrega dos produtos irão considerar como um dos principais critérios para a seleção de fornecedores o tempo de entrega. Frequentemente, o problema de seleção de fornecedores é estudado pelo departamento de compras das empresas, sendo esta a sua principal função [84].

O problema de seleção de fornecedores consiste em escolher, de entre um conjunto de

fornecedores disponíveis, aqueles que mais se adequam aos objetivos da empresa. Isto é, consiste em encontrar os produtos certos, aos preços, certos nas quantidades certas, com a qualidade certa, no tempo certo, e na fonte certa [84].

Este problema tem sido bastante estudado pelas empresas pois, sendo os fornecedores a base das organizações, a sua seleção terá uma clara influência no sucesso das mesmas. O seu estudo pode estender-se sob diversas vertentes, nomeadamente, problemas em que apenas se considera um produto ou em que se consideram vários produtos simultaneamente, problemas considerando critérios tangíveis e/ou intangíveis, problemas considerando descontos de quantidade proporcionais ou em patamares, etc. Problemas considerando vários produtos são em geral mais complexos que os problemas em que apenas um produto é considerado. Quantos mais fatores intangíveis forem tidos em conta no processo de seleção, mais subjetiva será a escolha e por isso menos assertivo será o processo. Também o aumento do número de fatores considerados no problema contribui para o aumento da sua complexidade, podendo haver necessidade de considerar restrições, nomeadamente, de tempo de entrega, de capacidade, de qualidade, entre outras.

Nesta dissertação, faz-se o estudo de um problema de seleção de fornecedores considerando vários produtos e descontos de quantidade por patamares. São tidos em conta custos de transporte de mercadorias e valores mínimos de encomendas a fornecedores. Considera-se como único critério de seleção o fator preço. Este problema foi colocado no âmbito do estágio final do curso de Mestrado em Matemática e Aplicações, sendo proposto pela empresa *Talents & Treasures*. Este estágio foi realizado em conjunto com a Mariana Costa, tendo daí resultado duas teses sendo uma delas a que aqui se apresenta e a outra a intitulada *Problema de Seleção de Fornecedores considerando Vários Produtos* [23]. No decorrer da escrita destas teses foi ainda submetido um artigo cujo título é *The Suppliers Selection Problem: A Case Study* [22].

No próximo capítulo é apresentado o problema de seleção de fornecedores em estudo bem como a respetiva formulação do mesmo.

No capítulo terceiro, é efetuada a revisão bibliográfica dos trabalhos propostos acerca do problema de seleção de fornecedores para vários produtos, sendo que alguns deles contemplam o uso de descontos de quantidade.

No capítulo quarto, são descritos brevemente alguns dos métodos que têm sido usados ao longo do tempo para resolver diferentes tipos de problemas de seleção de fornecedores. Damos especial destaque aos métodos: *Analytic Network Process*, *Analytic Hierarchy Process*, *Data Envelopment Analysis*, *Fuzzy* e Programação Multi-Objetivo pois, segundo uma análise bibliográfica efetuada por Lima et al. [51] em 2011, estes estão entre os métodos mais utilizados isoladamente neste tipo de problemas.

No capítulo quinto, são dadas a conhecer heurísticas que permitem obter soluções admissíveis para o problema descrito no capítulo segundo. Em particular, é apresentada uma Heurística Híbrida e um Algoritmo Genético com doze variantes.

No capítulo sexto são apresentados alguns exemplos numéricos aos quais foram aplicadas as heurísticas descritas no capítulo anterior. O primeiro grupo de exemplos dizem respeito a projetos provenientes da empresa acolhedora do estágio curricular. Os exemplos seguintes são gerados aleatoriamente tendo como objetivo estudar a robustez das heurísticas descritas. Os resultados obtidos para estes exemplos são comparados com o valor da sua solução ótima, determinada através da formulação apresentada no capítulo segundo.

Por fim, no último capítulo, são apresentadas as conclusões gerais de todo o trabalho realizado, sendo também deixada uma sugestão de melhoria à empresa acolhedora do estágio curricular.



## Capítulo 2

# Apresentação do Problema em Estudo

Neste capítulo apresentamos o problema de seleção de fornecedores proposto no âmbito do estágio final do curso de Mestrado de Matemática e Aplicações, pela empresa *Talents & Treasures*. A *Talents & Treasures*, fundada em 2012 e sediada em Águeda, é uma empresa de tecnologia que tem como objetivo criar e desenvolver soluções próprias e por medida, relacionadas, principalmente, com *serious games* e *internet of things*.

A esta empresa foi proposto, por uma segunda empresa, o desenvolvimento de uma ferramenta que permitisse a elaboração automática de orçamentos, fornecendo resultados em menos de 24 horas. A empresa contratante, a *HFA-Henrique, Fernando & Alves, S.A.*, fundada em 1995, dedica-se à montagem e teste de equipamentos eletrónicos e de telecomunicações. Chegam frequentemente a esta empresa projetos de montagem de equipamentos para os quais é necessário encomendar todas as peças/componentes que os incorporam. Estas componentes são as unidades mais básicas dos equipamentos e vão desde teclas de computador a chipes eletrónicos, pelo que são normalmente encomendadas em grandes quantidades. Por esta razão, os preços unitários da maioria destas componentes são extremamente baixos.

A HFA dispõe de uma vasta lista de fornecedores aos quais pode encomendar os produtos de que necessita. Contudo, esses fornecedores apresentam limitações/condições no fornecimento dos seus produtos, o que levanta alguns problemas para a empresa. O primeiro problema prende-se com a determinação das quantidades a encomendar de cada um dos produtos necessários pois a maior parte dos fornecedores oferece descontos de quantidade para esses produtos. Ou seja, são estipuladas quantidades mínimas de encomenda dos produtos (patamares/níveis), a partir das quais o seu preço unitário diminui. Cada patamar de desconto para um certo produto oferecido por determinado fornecedor é identificado como sendo uma condição de fornecimento. Como muitos produtos não são vendidos à unidade mas sim em pacotes, a quantidade a encomendar terá de ser múltipla do número de unidades de cada um desses pacotes, isto é, do chamado *Minimum Package Quantity* (MPQ). Contudo, o maior

problema da empresa é a relação existente entre os custos de transporte e os **Valores Mínimos de Encomenda (VME)**, associados aos fornecedores. O valor mínimo de encomenda é o limite a partir do qual o fornecimento de uma encomenda se torna rentável para o respetivo fornecedor. Caso este valor seja atingido, a encomenda é considerada vantajosa e, assim, os custos de transporte podem ficar a cargo do fornecedor. Caso contrário, a encomenda pode ser igualmente colocada ao respetivo fornecedor, contudo, os custos de transporte terão de ser suportados pelo comprador. Tendo em conta todas estas condições, o objetivo da empresa é, a partir da lista de componentes necessárias para a montagem de um determinado equipamento, determinar as condições de fornecimento que garantem o orçamento mais baixo.

Ao longo desta dissertação estudamos o problema de seleção de fornecedores considerando encomendas de vários produtos. São tidos em conta custos de transporte relacionados com valores mínimos de encomenda, descontos de quantidade por patamares e valores de MPQ.

Seguidamente, apresentamos uma formulação em Programação Linear Inteira desenvolvida especificamente para este problema, o qual designamos por problema VPDQ (**V**ários **P**rodutos com **D**escontos de **Q**uantidade). A formulação apresentada assemelha-se à que foi proposta por Wadhwa et al. [81], contudo, nesta última, não são consideradas restrições de MPQ e de VME relacionados com custos de transporte.

## 2.1 Formulação do Problema

Consideremos o conjunto  $P = \{1, \dots, r\}$  dos  $r$  produtos pedidos e o conjunto  $S = \{1, \dots, m\}$  dos  $m$  fornecedores disponíveis para o fornecimento de algum desses produtos. Para cada  $s \in S$  definimos o conjunto  $P_s$  dos produtos que o fornecedor  $s$  tem disponíveis. Reciprocamente, uma vez que nem todos os fornecedores fornecem os mesmos produtos, definimos para cada  $p \in P$  o conjunto  $S_p$  dos fornecedores que podem fornecer o produto  $p$ . Definimos adicionalmente, para cada  $s \in S$ ,  $p \in P$  o conjunto  $N_{sp} = \{1, \dots, \lambda_{sp}\}$  onde  $\lambda_{sp}$  é o número de condições de fornecimento que o fornecedor  $s$  oferece para o produto  $p$ , isto é, o número de patamares de desconto de quantidade oferecidos pelo fornecedor  $s$  relativamente ao produto  $p$ . Assim sendo, o número total de condições de fornecimento disponíveis para o problema será exatamente  $SC = \sum_{s \in S, p \in P_s} \lambda_{sp}$ .

Considerem-se então os seguintes parâmetros:

$c_{spn}$  : Custo unitário do produto  $p$  encomendado ao fornecedor  $s$  no nível  $n$ ,  $s \in S$ ,  $p \in P_s$ ,  $n \in N_{sp}$ ;

$q_{spn}$  : Quantidade mínima do produto  $p$  a encomendar ao fornecedor  $s$  para a qual o preço  $c_{spn}$  é válido. Note-se que  $q_{sp1} = 0, \forall s \in S, p \in P_s$ ;

$pack_{sp}$  : Dimensão dos lotes de fornecimento (MPQ) do produto  $p$  associada ao fornecedor  $s$ ,  $s \in S$ ,  $p \in P_s$ ;



$ct_s$  : Custo de transporte associado ao fornecedor  $s$ ,  $s \in S$ ;

$vme_s$  : Valor mínimo de encomenda associado ao fornecedor  $s$ ,  $s \in S$ ;

$Q_p$  : Quantidade necessária do produto  $p$ ,  $p \in P$ .

Para obter a formulação para o problema considerem-se as seguintes variáveis de decisão:

$x_{spn}$  : Variável inteira que indica o número de pacotes do produto  $p$  a encomendar ao fornecedor  $s$  no nível  $n$ ,  $s \in S$ ,  $p \in P_s$ ,  $n \in N_{sp}$ ;

$w_{spn}$  : Variável inteira que indica o número de unidades do produto  $p$  a encomendar ao fornecedor  $s$  no nível  $n$ ,  $s \in S$ ,  $p \in P_s$ ,  $n \in N_{sp}$ ;

$y_{spn}$  : Variável binária com valor 1 se a condição de fornecimento do nível  $n$  associada ao fornecedor  $s$  e ao produto  $p$  é usada e valor 0 em caso contrário,  $s \in S$ ,  $p \in P_s$ ,  $n \in N_{sp}$ ;

$z_s$  : Variável binária com valor 1 se o fornecedor  $s$  é usado e valor 0 em caso contrário,  $s \in S$ ;

$t_s$  : Variável binária com valor 1, se os custos de transporte associados ao fornecedor  $s$  são suportados pelo comprador, e valor 0 se esses custos ficam a cargo do fornecedor,  $s \in S$ ;

Uma vez definidos os parâmetros e as variáveis de decisão do problema, apresentamos agora a sua formulação.

$$\min \sum_{s \in S, p \in P_s, n \in N_{sp}} c_{spn} \times w_{spn} + \sum_{s \in S} ct_s \times t_s \quad (2.1)$$

$$s.a \quad \sum_{s \in S, p \in P_s, n \in N_{sp}} w_{spn} \geq Q_p, \quad p \in P \quad (2.2)$$

$$\sum_{s \in S, p \in P_s, n \in N_{sp}} y_{spn} = 1, \quad p \in P \quad (2.3)$$

$$\sum_{p \in P_s, n \in N_{sp}} (c_{spn} \times w_{spn}) + t_s \times vme_s \geq z_s \times vme_s, s \in S \quad (2.4)$$

$$\sum_{p \in P_s, n \in N_{sp}} y_{spn} \geq z_s, \quad s \in S \quad (2.5)$$

$$\sum_{p \in P_s, n \in N_{sp}} y_{spn} \leq SC \times z_s, \quad s \in S \quad (2.6)$$

$$y_{spn} \leq x_{spn}, \quad p \in P, s \in S_p, n \in N_{sp} \quad (2.7)$$

$$M \times y_{spn} \geq x_{spn}, \quad p \in P, s \in S_p, n \in N_{sp} \quad (2.8)$$

$$w_{spn} = x_{spn} \times pack_{sp}, \quad p \in P, s \in S_p, n \in N_{sp} \quad (2.9)$$

$$w_{spn} \geq q_{spn} \times y_{spn}, \quad p \in P, s \in S_p, n \in N_{sp} \quad (2.10)$$

$$w_{spn}, x_{spn} \in \mathbb{N}, \quad p \in P, s \in S_p, n \in N_{sp} \quad (2.11)$$

$$y_{spn}, z_s, t_s \in \{0, 1\}, \quad p \in P, s \in S_p, n \in N_{sp} \quad (2.12)$$

A função objetivo definida em (2.1), que se pretende minimizar, contabiliza todos os custos e é obtida fazendo a soma dos custos totais de compra dos produtos com o valor de eventuais custos de transporte.

As restrições (2.2) garantem que a quantidade total encomendada de cada produto é suficiente para satisfazer os pedidos dos clientes.

As restrições (2.3) impõem que cada produto seja proveniente exclusivamente de um fornecedor, devendo estar associado a uma única condição de fornecimento desse fornecedor.

As restrições (2.4) têm como finalidade relacionar os custos de transporte com os valores mínimos de encomenda dos fornecedores. A quantidade  $\sum_{p \in P_s, n \in N_{sp}} (c_{spn} \times w_{spn})$  é exatamente o valor total da encomenda colocada ao fornecedor  $s$ . Quando um fornecedor,  $s \in S$ , é usado na solução tem-se, por definição,  $z_s = 1$ . Além disso, se os custos de transporte forem suportados pelo comprador, tem-se também por definição  $t_s = 1$  e assim a respetiva restrição torna-se redundante, não havendo qualquer limitação no valor da encomenda. Por outro lado, se os custos de transporte forem assumidos pelo fornecedor,  $t_s = 0$ , o que leva a que o valor da encomenda colocada a esse fornecedor seja superior ao seu valor mínimo de encomenda.

As restrições (2.5)-(2.8) são as chamadas restrições de ligação e têm como objetivo relacionar as variáveis de decisão usadas na formulação. As restrições (2.5) e (2.6) relacionam as variáveis  $y_{spn}$  com as variáveis  $z_s$ . As primeiras, têm como finalidade garantir que se nenhuma condição de fornecimento de um determinado fornecedor for usada, esse fornecedor não faz parte da solução final. A segunda restrição tem o efeito oposto, isto é, garante que sempre que houver produtos encomendados mediante condições de fornecimento associadas a um fornecedor, este fará parte da solução. Note-se que  $SC$  foi definido anteriormente e é um majorante do somatório presente no primeiro membro da inequação (2.6). As restrições (2.7) e (2.8) relacionam as variáveis  $x_{spn}$  com as variáveis  $y_{spn}$ . À semelhança do caso anterior, as primeiras garantem que quando o número de pacotes de um produto encomendado segundo determinado nível de desconto é nulo, a condição de fornecimento associada a esse nível não é usada. As segundas têm o efeito contrário, isto é, garantem que quando o número de pacotes encomendados mediante determinado nível de desconto não é nulo, a respetiva condição de fornecimento é considerada na solução. Note-se que a constante  $M$ , presente nesta última inequação, deve tomar um valor não inferior ao valor máximo das variáveis  $x_{spn}$ . Poder-se-á, por exemplo, escolher

$$M = \max \left\{ \left\lceil \frac{\max\{Q_p, \frac{vme_s}{c_{spn}}, q_{spn}\}}{pack_{sp}} \right\rceil, s \in S, p \in P_s, n \in N_{sp} \right\}.$$

pois, como o problema é de minimização, o número de pacotes a encomendar de um determinado produto é limitado superiormente por um dos seguintes valores: número mínimo de pacotes necessários para garantir que a quantidade encomendada é igual ou superior à quantidade pedida desse produto,  $\left\lceil \frac{Q_p}{pack_{sp}} \right\rceil$ , número mínimo de pacotes necessários para atingir a

quantidade mínima de encomenda associada a cada patamar de desconto,  $\left\lceil \frac{q_{spn}}{pack_{sp}} \right\rceil$  e número mínimo de pacotes necessários para atingir o valor mínimo de encomenda dos fornecedores,  $\left\lceil \frac{vmc_s/c_{spn}}{pack_{sp}} \right\rceil$ .

Dado que os produtos podem ser fornecidos em lotes, as restrições (2.9) garantem que a quantidade a encomendar de cada produto é múltipla do respetivo tamanho do lote. Note-se que caso os produtos não sejam fornecidos em lotes, se tem  $pack_{sp} = 1$  e consequentemente,  $w_{spn} = x_{spn}$ , ou seja, o número de pacotes de um produto a encomendar é exatamente o número de unidades encomendadas desse produto.

As restrições (2.10) garantem que quando um determinado patamar de desconto é utilizado, a quantidade de produto encomendada é igual ou superior à quantidade mínima de compra estabelecida para esse nível.

Os dois últimos conjuntos de restrições presentes na formulação, (2.11) e (2.12), têm como objetivo definir os valores possíveis das variáveis de decisão.



## Capítulo 3

# Revisão de Literatura: Problema de Seleção de Fornecedores Considerando Vários Produtos

O problema de seleção de fornecedores tem merecido especial atenção por parte das empresas. Por esta razão, são várias as soluções que têm sido apresentadas relativamente a este assunto.

O estudo do problema de seleção de fornecedores teve, num primeiro momento, em consideração, o facto de apenas um produto ser encomendado. Gradualmente, foram sendo estudados problemas mais complexos, nomeadamente aqueles em que encomendas de vários produtos eram consideradas. O grau de complexidade deste problema aumenta ainda mais na presença de descontos de quantidade para os produtos em causa. Por essa razão, a maioria dos estudos publicados referente ao problema de seleção de fornecedores considerando vários produtos e descontos de quantidade são relativamente recentes.

Neste capítulo, fazemos a revisão bibliográfica dos trabalhos que apresentam métodos de resolução do problema de seleção de fornecedores considerando encomendas de vários produtos. Em alguns desses trabalhos são tidos em conta descontos de quantidade pelo que a esses trabalhos será dada especial atenção, evidenciando-se a forma como esses descontos são aplicados. Focamo-nos apenas nos estudos publicados a partir do ano de 2003.

No ano de 2003, Dahel [25] propôs um modelo Multi-Objetivo de Programação Linear Inteira Mista que permitia simultaneamente determinar o número de fornecedores a considerar na solução final e as respetivas quantidades de encomenda que lhes deviam ser colocadas. Como critérios de seleção foram usados o preço, o tempo de entrega e a qualidade dos produtos. Além disso, foram também tidas em conta no modelo, restrições de capacidade e descontos de quantidade sendo estes aplicados em função do volume total de compra colocado aos

fornecedores.

Ainda neste ano, foi apresentada por Zarandi et al. [90] uma abordagem ao problema de seleção de fornecedores usando Programação Multi-Objetivo conjugada com a metodologia *Fuzzy*. O modelo desenvolvido foi assim chamado de modelo FMODM (*Fuzzy Multiple Objectives Decision Making*). Nele foram incluídas funções objetivo, restrições e coeficientes *fuzzy*, sendo que para a obtenção da solução do mesmo este seria convertido posteriormente num modelo com apenas uma função objetivo.

Em 2006, Narasimhan et al. [59] propuseram um modelo Multi-Objetivo para otimizar a seleção de fornecedores no qual era dada importância a vários critérios, sendo esta dependente do ciclo de vida dos produtos em causa. Alguns dos critérios considerados foram o preço, a complexidade das transações dos produtos, a qualidade e o desempenho dos fornecedores na entrega das encomendas. O modelo em causa foi sujeito a restrições de qualidade, entrega, procura balanceada e descontos de quantidade por patamares.

No ano seguinte, Wadhwa et al. [81] apresentaram um modelo Multi-Objetivo para o problema de seleção de fornecedores, sendo considerados como critérios de seleção o preço, o tempo de entrega e a qualidade (avaliada através do número de unidades rejeitadas). Neste modelo foram ainda considerados descontos de quantidade em patamares relativamente a cada produto, ou seja, descontos não lineares, pelo que houve necessidade de introduzir restrições de linearização da função desconto.

Ainda em 2007, Xia et al. [86] propuseram uma abordagem integrada do método Analytic Hierarchy Process (AHP) com conjuntos *fuzzy*, tendo sido usada Programação Linear Inteira Mista Multi-Objetivo. Esta abordagem tinha como objetivo determinar medidas de desempenho de fornecedores que seriam usadas posteriormente no modelo Multi-Objetivo, o qual procurava simultaneamente maximizar esse desempenho e a quantidade de produtos entregues dentro do prazo estabelecido. Além disso, pretendia-se também minimizar a quantidade de material defeituoso e os custos totais de compra (sujeitos a descontos de quantidade definidos mediante o volume de encomendas colocadas a cada fornecedor). Foram ainda consideradas restrições de capacidade associadas aos fornecedores.

No ano seguinte, Che et al. [17] estudaram o problema de seleção de fornecedores considerando a existência de componentes comuns e não comuns aos produtos. Foram tidos em conta custos de compra, custos de transporte e montagem, tempos de montagem e compra, qualidade e limites de capacidade, tendo sido usado como método de resolução um Algoritmo Genético.

Ainda em 2008 e também no ano seguinte, Torabi et al. [77, 76] utilizaram Programação Linear Inteira Mista Multi-Objetivo aliada à teoria *Fuzzy* para resolver o problema de seleção de fornecedores considerando vários produtos. Os objetivos fixados foram a minimização do custo logístico total, minimização do número de unidades defeituosas, minimização do número de unidades entregues fora de tempo e ainda a maximização da performance dos fornecedores.

Foram também considerados descontos de quantidade definidos por patamares relacionados com o volume de encomendas colocadas aos fornecedores.

Em 2009, Zhang et al. [92] usaram Programação Não Linear Inteira Mista para apresentar uma formulação para o problema de seleção de fornecedores considerando procuras incertas modeladas por distribuições de probabilidade conhecidas. Foram ainda considerados no problema descontos de quantidade em patamares para cada produto individualmente e restrições de capacidade associadas aos fornecedores.

Em 2010, Razmi et al. [67] fizeram também uso da Programação Multi-Objetivo no estudo do problema de seleção de fornecedores. Os objetivos considerados foram a minimização do custo total de compra dos produtos e a maximização da performance dos fornecedores. Foram consideradas restrições de capacidade associadas aos fornecedores e vários tipos de descontos de quantidade para os produtos: descontos incrementais (por patamares), descontos em todas as unidades adquiridas e descontos mediante o volume de negócio.

No ano seguinte, Kara [40] propôs uma abordagem baseada na técnica *Fuzzy TOPSIS* (*Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution*) conjugada com Programação Estocástica na qual foram consideradas procuras incertas de vários produtos em vários períodos de tempo. Critérios como preço, qualidade, data de entrega, custos de posse e custos fixos de fornecedor foram também considerados neste estudo. Também Yang et al. [87] estudaram o problema de seleção de fornecedores considerando procuras estocásticas, níveis de serviço e restrições de orçamento. Para a resolução do problema foi apresentado um Algoritmo Genético.

Ainda nesse ano, Feng et al. [30] desenvolveram um modelo Multi-Objetivo para o problema de seleção de fornecedores considerando diferentes serviços/produtos, tendo usado no processo de obtenção de solução um Algoritmo de Pesquisa Tabu. Como critérios de seleção de fornecedores foram usados o custo total dos serviços, o tempo de espera dos serviços e ainda a importância da colaboração entre empresas parceiras.

Ozkok et al. [62] propuseram uma abordagem denominada *compensatory fuzzy approach* combinada com Programação Linear Multi-Objetivo para o problema de seleção de fornecedores. Foram tidos em conta, como critérios de seleção, o custo e a qualidade dos produtos e serviços, sendo também considerados descontos de quantidade e restrições de capacidade.

Ainda em 2011, Jolai et al. [38] apresentaram uma abordagem FMCDM (**F**uzzy **M**ultiple **C**riteria **D**ecision **M**aking) para o problema multi-produto e multi-período, por forma a lidar com a ambiguidade e imprecisão inerente ao processo de seleção. Foi também construído um modelo de Programação Linear Inteira Mista Multi-Objetivo, considerando como critérios o custo total de compra, o orçamento periódico total disponível, a proximidade da relação com os fornecedores, o tempo de entrega, a tecnologia e a qualidade dos produtos.

Rezaei et al. [68] desenvolveram dois modelos de Programação Não Linear Inteira Mista Multi-Objetivo para vários períodos de planeamento, considerando custos (transporte, compra

e posse), qualidade e níveis de serviço como objetivos. Para obtenção da solução dos modelos apresentados foi usado um Algoritmo Genético.

Em 2013, Kilic [42] propôs um modelo multi-produto de Programação Linear Inteira Mista conjugado com técnicas *Fuzzy* TOPSIS aplicado ao setor de filtração de ar. Ainda neste ano, Aliabadi et al. [3] apresentaram um modelo de Programação Binária Não Linear considerando vários produtos/itens. Foram ainda tidos em conta custos de stock de fornecedores e compradores, custos de compra de produtos e custos de transporte para fornecedores e compradores no caso em que estes usam como política de gestão de stocks os modelos EPQ (*Economic Production Quantity*) e EOQ (*Economic Order Quantity*), respetivamente. Para a resolução do problema foi desenvolvido um Algoritmo Genético.

Nazari-Shirkouhi et al. [60] estudaram também o problema de seleção de fornecedores usando Programação Linear Multi-Objetivo combinada com técnicas *Fuzzy*. Procuraram minimizar, simultaneamente, o preço total da compra dos produtos, o número de unidades defeituosas e o número de unidades entregues fora de tempo. Foram usados descontos de quantidade definidos por patamares para cada um dos produtos em causa.

Já em 2014, Mohamadia et al. [57] estudaram o problema usando Programação Não Linear Inteira Multi-Objetivo, considerando procuras estocásticas e custos globais (posse, unidades rejeitadas e entregas tardias), procurando ainda reduzir as emissões de gases de estufa. Nesse estudo foi ainda desenvolvido um Algoritmo Genético.

Por fim, no presente ano de 2015, Arikan [7] apresentou um modelo de Programação Linear Inteira Mista Multi-Objetivo combinado com técnicas *Fuzzy*, onde são tidos em conta descontos de quantidade (dependentes do volume total da compra efetuada a cada fornecedor). Neste modelo procurou-se minimizar os custos totais, o número de unidades rejeitadas e ainda o número de unidades entregues fora do tempo.

É de salientar que o uso de descontos de quantidade está presente em muitos dos trabalhos anteriores, nomeadamente em Dahel [25], Narasimhan et al. [59], Wadhwa et al. [81], Xia et al. [86], Torabi et al. [77, 76], Zhang et al. [92], Razmi et al. [67], Ozkok et al. [62] e Nazari-Shirkouhi et al. [60].

Na Figura 3.1 apresentamos as técnicas presentes nos trabalhos referidos anteriormente, sendo discriminados os autores que delas fizeram uso. De notar que a técnica mais utilizada no problema de seleção de fornecedores para vários produtos é a combinação da teoria *Fuzzy* com a Programação Multi-Objetivo.

A formulação do problema que apresentamos na secção anterior é semelhante à que foi usada por Wadhwa et al. [81], contudo, não foi usado qualquer processo de linearização das restrições associadas aos descontos de quantidade. Além disso, o modelo que apresentamos contém apenas uma única função objetivo, ao contrário do que é exposto nesse trabalho.

Dois aspetos que não se encontram nos trabalhos anteriormente referidos e que são tidos em conta no problema VPDQ é a necessidade de encomenda de quantidades múltiplas do



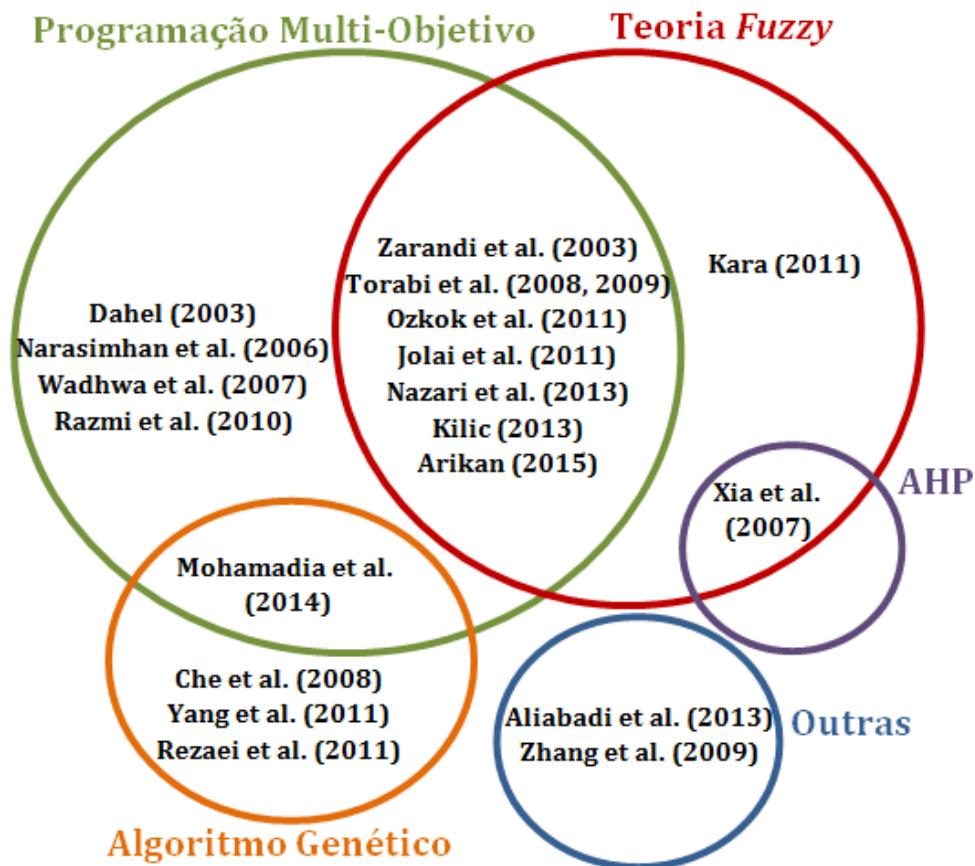


Figura 3.1: Apresentação das técnicas estudadas para o problema de seleção de fornecedores multi-produto pelos autores dos trabalhos referidos anteriormente.

tamanho dos lotes de embalagem dos produtos e a relação entre os custos de transporte e os VME dos fornecedores. Por outro lado, os Algoritmos Genéticos presentes nos trabalhos anteriores são aplicados a problemas um pouco diferentes do que é considerado no nosso caso pelo que, esses algoritmos e o que apresentaremos neste trabalho não são facilmente comparáveis.



## Capítulo 4

# Métodos Usados no Problema de Seleção de Fornecedores

Neste capítulo apresentamos algumas das abordagens encontradas para o problema de seleção de fornecedores. Segundo uma revisão bibliográfica das técnicas que ao longo do tempo têm sido aplicadas a este problema, efetuada por Lima et al. [51], métodos como *Analytic Network Process* (ANP), *Analytic Hierarchy Process* (AHP), Técnicas *Fuzzy*, Programação Multi-Objetivo e *Data Envelopment Analysis* (DEA) estão entre os métodos mais vezes aplicados isoladamente a este problema, pelo que têm aqui maior destaque. No final deste capítulo são ainda mencionadas algumas outras técnicas também utilizadas no problema de seleção de fornecedores.

### 4.1 *Analytic Network Process*

O *Analytic Network Process* (ANP) é fundamentalmente uma estratégia que pode ser aplicada ao problema de seleção de fornecedores cujo principal objetivo é o de quantificar fatores intangíveis a fim de escolher, de entre um conjunto de fornecedores, o mais apropriado para o fornecimento de um certo produto. Este método tem grande importância uma vez que tem em consideração possíveis relações de dependência entre os critérios considerados no processo de seleção. Quando se considera que essas relações não existem, e que por isso os critérios são independentes entre si, colocamo-nos na presença do método *Analytic Hierarchy Process* (AHP), que é assim uma abordagem particular do ANP. Devido à sua simplicidade, não é de estranhar que os primeiros estudos acerca da técnica ANP sejam referentes ao método AHP. De facto, o AHP foi inicialmente introduzido por Saaty em 1980 [69], mas só 16 anos mais tarde, esta abordagem foi generalizada pelo mesmo autor no livro "*Decision Making with Dependence and Feedback: The Analytic Network Process*" [70]. A partir daí, outros autores têm aplicado o método ANP, na sua forma mais genérica, ao problema de seleção de fornecedores. Em [84] são listados alguns desses estudos e respetivos autores.

Para a aplicação do ANP, é antes de mais necessário definir o objetivo que fundamenta a sua aplicação; neste caso, a seleção do fornecedor mais adequado. Posteriormente, é necessário definir os critérios a ter em conta na seleção e ainda as várias alternativas do problema, isto é, os fornecedores que podem ser considerados no processo de seleção. Seguidamente, critérios que partilham propriedades comuns são agrupados em *clusters*. O conjunto de todos os fornecedores é também considerado como um *cluster*. O passo seguinte é identificar relações de dependência entre *clusters* e dentro dos *clusters*. Essas relações serão então esquematizadas numa rede. Na Figura 4.1 é apresentado um exemplo de uma rede contendo quatro *clusters* e as respetivas intra-relações e inter-relações. O exemplo apresentado foi adaptado de um caso de estudo efetuado por Gencer e Gürpinar numa empresa eletrónica [32].

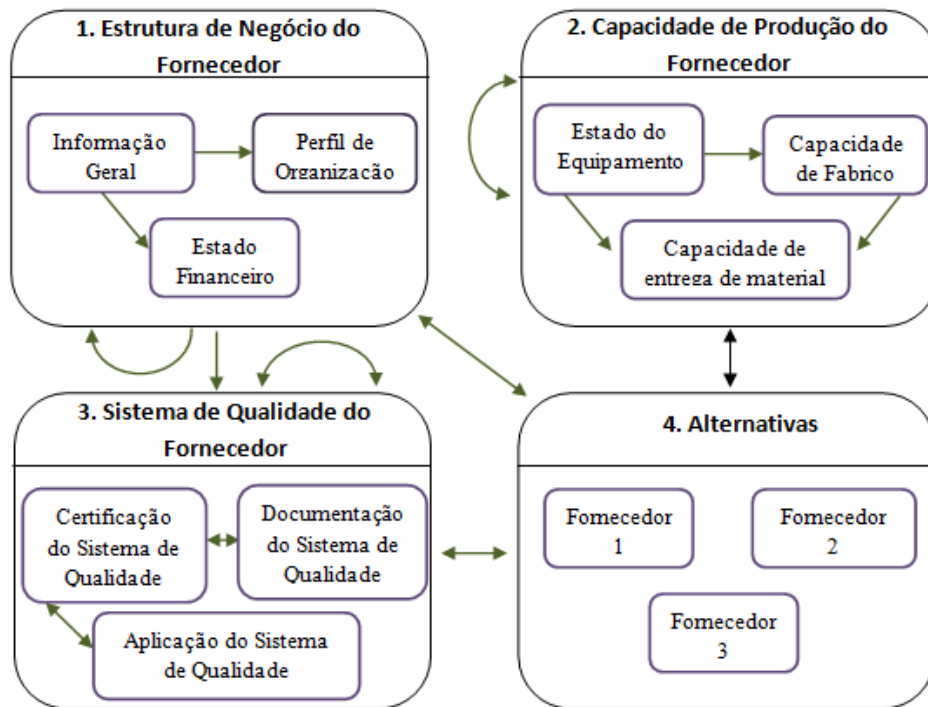


Figura 4.1: Exemplo de representação de relações intra-clusters/inter-cluster, adaptado de [32].

A partir da rede anterior, é elaborada uma matriz quadrada, designada por *Supermatriz Não Ponderada*, que traduz essas mesmas relações. As linhas (e colunas) correspondem a todos os critérios e fornecedores considerados no problema. As entradas da matriz representam as dependências entre critério-critério ou critério-fornecedor, sendo a falta de dependência representada com zero. Seguidamente, é definida a chamada *Matriz de Prioridades* cuja estrutura é semelhante à matriz anterior. Para isso, são usadas comparações de pares através de uma escala de preferências apresentada por Saaty em 1980 [69].

A referida escala é apresentada na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Medidas de classificação de preferências. Adaptado de Saaty [69].

Preferência	Peso Numérico
Extremamente preferível	9
Muito fortemente preferível	7
Fortemente preferível	5
Moderadamente preferível	3
Igualmente preferível	1
Níveis Intermédios	2, 4, 6, 8

O passo seguinte é a multiplicação das duas matrizes anteriores, obtendo-se assim a chamada *Supermatriz Ponderada*, que contém já toda a informação relevante para a resolução do problema. O passo final será a sucessiva multiplicação desta matriz por ela própria até que em cada linha da matriz resultante, todas as entradas converjam para o mesmo valor, ou seja, até que todas as colunas da matriz sejam semelhantes. Na matriz resultante será selecionado o fornecedor correspondente à linha que apresente maiores valores.

No fundo, o ANP é também considerado como um método de avaliação de fornecedores uma vez que são determinados, para cada fornecedor, pesos que refletem o seu desempenho relativamente a diversos fatores.

#### 4.1.1 *Analytic Hierarchy Process*

Como foi referido no ponto anterior, o AHP foi inicialmente introduzido por Saaty em 1980 [69]. Sendo este método um caso particular do ANP, permite quantificar de forma relativa fatores intangíveis e, desta forma selecionar, de entre um conjunto de fornecedores, o mais adequado para o fornecimento de um determinado produto, de forma mais simples que no ANP. A simplicidade deste método resulta do facto de se assumir a existência de independência entre os diferentes critérios considerados.

Uma vez que não existe dependência entre os critérios, este método pode ser apresentado como uma estrutura hierárquica composta por três níveis principais, o que justifica a designação de AHP. No nível superior é definido o objetivo do problema de seleção de fornecedores. No nível intermédio são apresentados os critérios a considerar, sendo que estes podem ainda ser divididos em vários subcritérios, formando assim outros subníveis. Por fim, no nível inferior, são definidas as alternativas para o problema, ou seja, os possíveis fornecedores de que dispomos. Na Figura 4.2 é apresentado um exemplo, adaptado de Schoenherr et al. [72], que evidencia uma estrutura do método AHP contemplando três níveis principais e um secundário. Note-se que dois dos critérios presentes no nível intermédio principal (*Relacionamento Fornecedor-Comprador* e *Entrega*) são subdivididos noutros critérios, originando assim um novo subnível secundário. Neste exemplo, são apresentadas duas alternativas e

considerados cinco critérios principais no nível intermédio.

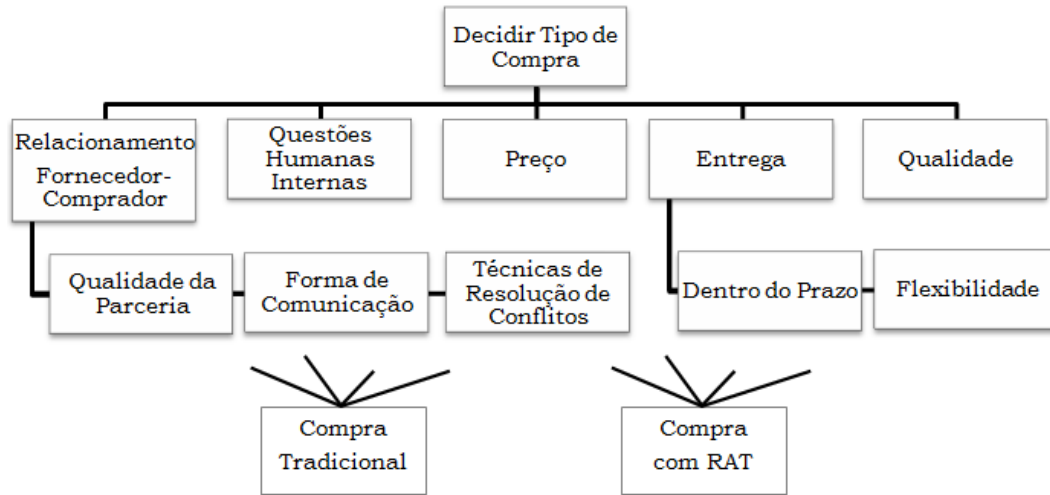


Figura 4.2: Exemplo de estruturação do AHP com três níveis principais e um secundário, adaptado de [72].

Uma vez definida a estrutura do problema, é obtida a matriz que define prioridades entre os critérios sendo estes representados por cada linha (e coluna) dessa matriz. Em cada entrada desta matriz é feita a comparação de preferências entre os critérios associados à linha e coluna correspondente. Essa classificação é feita de acordo com a escala apresentada na Tabela 4.1. Após a obtenção desta matriz, será calculada a média (aritmética ou geométrica p.e.), de cada uma das linhas. Estas médias serão então divididas pela soma total das médias, definindo-se assim um peso para cada critério. Uma classificação análoga é depois efetuada para cada conjunto de subcritérios, conseguindo-se assim quantificar a importância de cada subcritério no critério correspondente.

O próximo passo será a classificação/avaliação das alternativas relativamente a cada um dos subcritérios considerados, usando o processo anterior. Para isso, as linhas (e colunas) da matriz a construir deverão representar cada uma das alternativas do problema, sendo construída uma matriz para cada critério considerado. Por fim, para cada fornecedor, é feita a soma das avaliações obtidas para os diversos critérios, multiplicadas pelos pesos que lhes estão associados. Assim, obter-se-á um valor para cada fornecedor que não é mais do que uma medida de avaliação do seu desempenho, pelo que o fornecedor a selecionar será o correspondente ao maior valor obtido.

No fundo, o AHP é um método que tem como objetivo subdividir um problema complexo em vários subproblemas mais pequenos e de fácil resolução. Além disso, tal como o ANP, também o AHP é um método de avaliação de alternativas, sendo usado frequentemente para esse fim em diversos tipos de problemas. Devido à sua simplicidade e à possibilidade de considerar fatores intangíveis, o AHP tem sido um dos métodos mais estudados no âmbito da

seleção de fornecedores. Contudo, também existem limitação associadas a este método como a impossibilidade de considerar alguns tipos de restrições e ainda a subjetividade inerente a todo o processo.

## 4.2 Técnicas *Fuzzy*

A teoria *Fuzzy* foi inicialmente introduzida por Zadeh em 1965 [89] com a definição de conjuntos *fuzzy*, os quais generalizam a noção usual de conjunto. Isto é, são conjuntos aos quais está associada uma função de adesão. Funções de adesão são funções que permitem quantificar o grau de pertença de um elemento a um determinado conjunto ou o grau com que um elemento satisfaz determinada condição. Por exemplo, se se considerar o conjunto de números maiores que 1, é claro que os números 2 e 1000 pertencerão ao conjunto, contudo, como 1000 é muito maior que 1 do que 2, o seu grau de adesão ao referido conjunto será maior. Assim, em vez de existirem apenas duas situações para um elemento: pertence ao conjunto ou não pertence, passamos a ter elementos que pertençam mais, ou menos, ao conjunto do que outros. É este o princípio que serve de base à teoria *Fuzzy*.

Esta teoria tem sido bastante explorada em várias vertentes, nomeadamente, no problema de seleção de fornecedores. É especificamente utilizada para representar imprecisão e incerteza matemática e fornecer ferramentas para lidar com essa imprecisão, inerente a vários problemas matemáticos [39].

Ao longo do tempo, as técnicas *Fuzzy* têm sido combinadas com outras técnicas que incluem AHP, ANP, Programação Multi-Objetivo, Programação Linear/Não Linear entre outras. Por exemplo, no AHP, as preferências entre alternativas e critérios podem ser determinadas recorrendo a esta técnica [39]. Para isso, em vez da comparação de pares ser efetuada recorrendo apenas a um valor, é usado um vetor com três componentes que indicarão o menor e o maior valor possível de preferência, bem como o seu valor mais provável. Esta comparação de pares, através de intervalos de valores de preferências, torna assim, o processo mais assertivo.

Já na Programação Linear/Não Linear e na Programação Multi-Objetivo, as técnicas *Fuzzy* podem ser usadas para definir restrições recorrendo às funções de adesão. Estas funções permitem modelar restrições às quais está inerente algum tipo de preferência, por exemplo, restrições como: "*Os pacotes a produzir podem ter qualquer volume sendo preferível que este seja superior a  $10\text{ m}^3$* ". Ou seja, restrições para as quais várias opções são admissíveis mas em que o grau de admissibilidade é diferente, sendo por isso umas opções preferíveis em relação a outras. Estas técnicas conduzem assim a resultados mais fidedignos, uma vez que permitem trabalhar com dados incertos, sendo esta uma das suas maiores vantagens.

### 4.3 Data Envelopment Analysis

O método *Data Envelopment Analysis* (DEA) [54], aplicado ao problema de seleção de fornecedores foi inicialmente estudado por Charnes et al.[16], em 1978. Caracteriza-se por ser uma ferramenta de programação matemática que permite avaliar a eficiência relativa de fornecedores, podendo por isso servir como alternativa ao método AHP. Esta eficiência é geralmente definida pelo quociente da soma ponderada dos *outputs* com a soma ponderada dos *inputs* dos fornecedores. Os *outputs* estão associados aos critérios que se pretendem maximizar como por exemplo a qualidade do serviço. Por outro lado, os *inputs* estão associados a critérios que devem ser minimizados, como é o caso do preço ou da data de entrega.

Para a aplicação deste método é necessário um conhecimento *à priori* dos fornecedores considerados, isto, porque é necessário definir valores que caracterizem o seu desempenho relativamente a todos os critérios considerados.

Seja  $S = \{1, \dots, n\}$  o conjunto dos  $n$  fornecedores disponíveis. Denotando por  $J$  e por  $I$  o conjunto dos *outputs* e dos *inputs* considerados, respetivamente, é possível definir as constantes:

$y_{js}$  : Medida de desempenho do fornecedor  $s$  associada ao *output*  $j$ , com  $j \in J, s \in S$ .

$x_{is}$  : Medida de desempenho do fornecedor  $s$  associada ao *input*  $i$ , com  $i \in I, s \in S$ .

O objetivo será determinar, para cada fornecedor  $s$ , os pesos  $u_{js}$  e  $v_{is}$ , com  $j \in J, i \in I$ , associados aos *outputs* e aos *inputs*, respetivamente, que maximizam a sua eficiência. Assim, para cada fornecedor  $s_0 \in S$ , tem-se o seguinte problema:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \frac{\sum_{j=1}^{|J|} u_{js_0} y_{js_0}}{\sum_{i=1}^{|I|} v_{is_0} x_{is_0}} \end{aligned} \tag{4.1}$$

$$\text{s.a.} \quad \frac{\sum_{j=1}^{|J|} u_{js_0} y_{js}}{\sum_{i=1}^{|I|} v_{is_0} x_{is}} \leq 1, \quad s \in S. \tag{4.2}$$

$$u_{js_0} \leq \epsilon, \quad j \in J \tag{4.3}$$

$$v_{is_0} \leq \epsilon, \quad i \in I \tag{4.4}$$

A restrição (4.2) garante que, com os pesos a determinar, nenhum fornecedor tenha uma eficiência superior a 1. As restrições (4.3) e (4.4) tem como finalidade limitar o valor dos pesos a determinar, sendo  $\epsilon$  uma quantidade positiva.

Apesar deste modelo não ser linear, é possível fazer a sua linearização, bastando para isso, na restrição (4.2), mover o denominador para o lado direito e introduzir uma restrição que faça com que o denominador da função objetivo seja unitário. Resolvendo este problema de programação linear para cada um dos fornecedores é possível selecionar o que apresenta maior nível de eficiência (maior valor ótimo da função objetivo).



## 4.4 Programação Multi-Objetivo

A Programação Multi-Objetivo/**M**ulti-**O**bjective **P**rogramming (MOP) é uma técnica com grande interesse em problemas onde existem dois ou mais critérios conflituosos. Dois desses critérios podem ser, por exemplo, o preço e a qualidade pois, em muitos casos, preços baixos vêm associados a qualidade reduzida. Critérios como o preço, a qualidade e o tempo de entrega são os que mais são tidos em conta quando esta técnica é aplicada.

A MOP visa encontrar as chamadas *soluções de compromisso* entre todos os critérios considerados, uma vez que na maior parte dos casos não existe uma solução que otimize simultaneamente todos os critérios considerados. Assim, para cada um dos critérios é construída uma função objetivo que se pretenderá minimizar ou maximizar. Para resolver o problema são usadas preferencialmente duas abordagens, *preference-oriented approach* e *generating approach* [25]. A primeira, baseia-se na priorização de critérios. A segunda consiste em gerar o conjunto de soluções admissíveis eficientes e consequentemente fazer a sua comparação a fim de selecionar a alternativa mais adequada [20]. Uma solução diz-se eficiente se não existir uma outra solução admissível que melhore o valor de uma das funções objetivo sem piorar o valor de pelo menos uma outra. Uma das ideias frequentemente usadas na primeira abordagem é a conversão do problema multi-objetivo num problema com apenas uma função objetivo. Uma das formas de o fazer baseia-se em priorizar um dos critérios e considerar todos os restantes em função dele. Por exemplo, considerando o custo como critério principal, a qualidade e o tempo de entrega podem ser expressos em função dele, nomeadamente através do custo de unidades defeituosas e de unidades entregues fora do prazo, respetivamente. Com este método, todos os critérios passam a ser medidos nas mesmas unidades/escalas e por isso as respetivas funções objetivo podem ser agregadas, originando assim um problema com uma única função objetivo.

Outro processo, que pode ser usado quando as conversões anteriores não são exequíveis, tem por base a utilização de pesos. A cada critério é associado um peso, que reflete a sua importância em relação aos restantes. Assim, poder-se-á obter uma única função objetivo que será a soma de todas as funções objetivo, ponderadas pelos respetivos pesos dos critérios associados. É o chamado *Weighted Objective Method*.

Outras técnicas de resolução são o *Goal Programming Method*, que consiste em estabelecer metas (valores desejados) para cada um dos objetivos e assim encontrar soluções que estejam o mais próximo possível dessas metas, e o *Compromise Programming* cuja ideia será resolver o problema

$$\min \left[ \sum_{i=1}^n \lambda_i^p [f_i - f_i^*]^p \right]^{\frac{1}{p}}, p = 1, 2, \dots, \infty \quad (4.5)$$

sujeito às restrições em causa, onde  $f_1^*, f_2^*, \dots, f_n^*$  são os valores ótimos do problema considerando apenas um dos critérios (valores de referência);  $f_1, f_2, \dots, f_n$  são as funções objetivo

consideradas e  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  representam os pesos associados aos  $n$  critérios em causa.

Outras técnicas de resolução de problemas multi-objetivo podem ser encontradas em Shin et al. [74].

## 4.5 Outras Técnicas

Além dos métodos anteriormente referidos, muitos outros têm sido aplicados ao problema de seleção de fornecedores. Como se pode ver pela Figura 4.3, os métodos anteriormente mencionados são essencialmente Métodos Matemáticos, exceptuando os métodos *Fuzzy*. Além desta classe de métodos, outras duas são também bastante representativas nos métodos de resolução do problema de seleção de fornecedores. É o caso dos Métodos Estatísticos e dos Métodos de Inteligência Artificial [58].

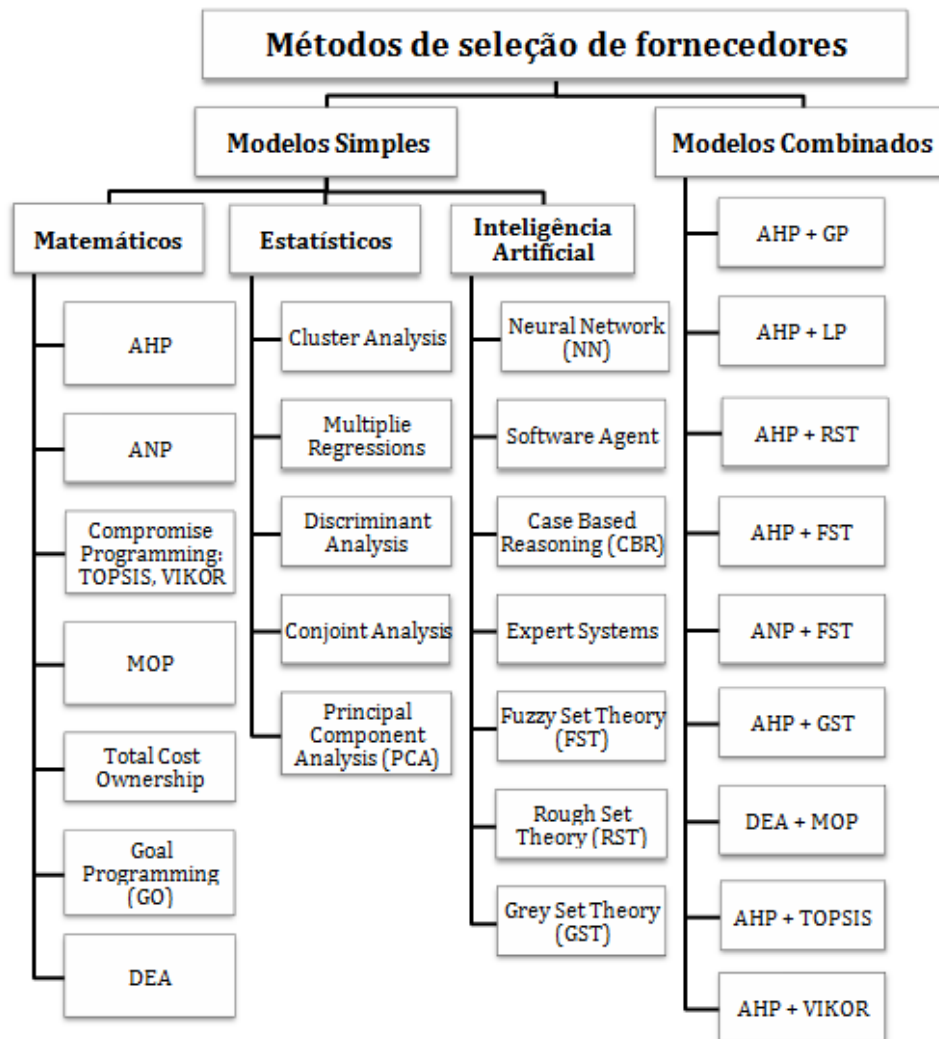


Figura 4.3: Classificação dos métodos aplicados ao problema de seleção de fornecedores [58].

Em muitas situações reais, a utilização de técnicas isoladas torna-se incapaz de dar resposta a alguns problemas de seleção de fornecedores, principalmente aos mais complexos. Assim, são frequentemente utilizadas as chamadas abordagens integradas, que utilizam simultaneamente vários métodos combinados. A principal finalidade destas abordagens é essencialmente usufruir de algumas vantagens específicas que cada um dos métodos oferece e, ao mesmo tempo, colmatar aspetos mais negativos dos mesmos. Na Tabela 4.2 é feita a listagem de técnicas combinadas que foram usadas no problema de seleção de fornecedores, depois de 2006, sendo também descritos os respetivos autores. A tabela original pode ser encontrada em Lima et al. [51].

Tabela 4.2: Listagem de técnicas combinadas e ferramentas computacionais desenvolvidas desde 2006 para o problema de seleção de fornecedores, adaptado de Lima et al. [51].

<b>Técnica</b>	<b>Combinada com</b>	<b>Proposta por</b>
<b>Fuzzy</b>	Programação Linear Multi-Objetivo	Amid et al. [4]
	<i>Quality Function Deployment</i> (QFD)	Bevilacqua et al. [8]; Amin et al. [5]
	<i>Added-Value Perspective</i>	Florez-Lopez [31]
	Análise de <i>Clusters</i>	Bottani et al. [11]
	<i>Specific Measurable Achievable Realistic and Time-Bound</i> (SMART)	Chou et al. [19]
	Redes Neurais Artificiais	Kuo et al. [45]; Aksoy et al. [2]
	Programação Linear	Güneri et al. [35]; Yücel et al. [88]
	TOPSIS	Wang et al. [83]; Kara [40]
	AHP/ <i>Goal Programming</i>	Jolai et al. [38]
	<i>Adaptive Resonance Theory</i>	Keskin et al. [41]
	VIKOR	Sanayei et al. [71]; Shemshadi et al. [73]
	Programação Linear / <i>Strengths, Weaknesses, Opportunities, and Threats</i> (SWOT)	Amin et al. [6]
	<i>Decision Making Trial and Evaluation Laboratory</i> (DEMATEL)	Chang et al. [15]
	<i>Multi-objective goal programming</i> /TOPSIS	Liao et al. [50]
	Multi-objective Programming	Ozkok et al. [62]

<b>ANP</b>	Programação Linear Inteira Mista Multi-Objetivo	Ustun et al. [78]
	<i>Fuzzy</i>	Lin [52]; Büyüközkan et al. [12]; Önut et al. [63]; Vinodh et al. [80]
	Programação Inteira Mista	Wu [85]
	<i>Achimedean Goal Programming</i>	Ustun et al. [79]
	<i>Fuzzy</i> / Programação Não Linear	Razmi et al. [66]
	Programação Linear	Lin et al. [53]
	Programação Linear Inteira	Demirtas et al. [27]
<b>AHP</b>	<i>Fuzzy</i>	Chan et al. [14]; Lee [47]; Chamo-drakas et al. [13]; Amin et al. [6]; Kilincci et al. [43]; Punniyamoorthy et al. [65]
	Programação Linear	Ng [61]
	Análise de <i>Clusters</i> /DEA / Redes Neurais Artificiais	Há et al. [36]
	QFD	Bhattacharya et al.[9]
	<i>Fuzzy</i> /Programação Linear Multi-Objetivo	Wang et al. [83]
	Algoritmo Genético / <i>Scatter Search Algorithm</i>	Ebrahim et al. [29]
	Programação Linear Possibilística Multi-Objetivo / <i>Fuzzy</i>	Özgen [64]
	Programação Inteira Não Linear	Kokangul et al. [44]
	Programação Dinâmica	Mafakheri et al. [55]
	<i>Multi-objective Goal Programming / Fuzzy</i>	Lee et al. [48]
<b>DEA</b>	<i>Taguchi Loss Function / Multi-choice Goal Programming</i>	Liao et al. [49]
	Redes Neurais Artificiais / <i>Multi-attribute Decision Analysis</i> / Programação Linear	Kuo et al. [46]
	<i>Fuzzy</i> / TOPSIS / Strengths, Weaknesses, Opportunities and Threats (SWOT)	Chen et al. [18]
	Redes Neurais Artificiais	Çelebi et al. [24]
	<i>Fuzzy</i> / AHP / TOPSIS	Zeydan et al. [91]

## Capítulo 5

# Heurísticas

No capítulo segundo, foi apresentada uma formulação para o problema de seleção de fornecedores considerando encomendas de vários produtos e descontos de quantidade que permite obter a solução ótima do mesmo. Nesse modelo, todas as variáveis são inteiras, em particular, algumas são binárias, e por isso, a solução obtida terá de ser também inteira. Ora, os processos exatos de obtenção de soluções inteiras, como é o caso do *Branch and Bound*, são processos bastante morosos, por isso, quando implementados em software, necessitam de uma grande capacidade de memória disponível para a sua execução. Também os tempos decorridos nessa execução computacional são geralmente bastante elevados. Além disso, em situações do dia-a-dia, os problemas com que normalmente nos deparamos são de grandes dimensões, o que agrava estas questões. Assim, a falta de meios computacionais adequados/sofisticados pode impossibilitar a utilização do modelo em causa.

Numa altura em que a produção *Just in Time* é uma política cada vez mais adotada, torna-se muitas vezes impensável para algumas empresas esperar mais de três ou quatro dias para obter uma solução para determinados problemas. Assim, é necessário encontrar métodos alternativos que permitam obter soluções aceitáveis de forma rápida. É aqui que as heurísticas ganham ênfase.

Heurísticas são algoritmos, normalmente implementados em computador, que fornecem soluções de forma rápida para problemas, e que, em muitos casos, não apresentam limites formais de qualidade. Isto é, são algoritmos que devem produzir "boas" soluções, próximas da solução ótima, mas que *à priori* nem sempre garantem o quão próximas essas soluções podem estar. Assim, uma heurística será tanto melhor quanto mais próximas as soluções por ela obtidas estiverem da solução ótima do problema. Contudo, como muitas vezes a solução ótima dos problemas é desconhecida, torna-se difícil perceber o quão boas ou más são as soluções obtidas pelas heurísticas.

Mediante a estratégia usada para a obtenção de solução, as heurísticas podem ser classificadas em diversas categorias, contudo, na literatura, não existe um consenso claro acerca dessa classificação [1, 10, 33]. Consideramos então três grupos de heurísticas principais: heurísticas

construtivas, heurísticas de melhoramento [1] e heurísticas sistemáticas. As primeiras têm como objetivo encontrar soluções admissíveis para os problemas, sendo estas muitas vezes grosseiras. As segundas, como o próprio nome indica, partem de uma solução admissível que tentam melhorar através de trocas, remoções, inserções, etc, sendo os algoritmos de pesquisa local uma classe particular de algoritmos inseridos neste tipo de heurísticas. Por fim, as heurísticas sistemáticas procuram construir uma árvore de soluções que vai sendo sucessivamente percorrida usando critérios de ramificação e corte da mesma. Um exemplo deste tipo de heurísticas são os algoritmos que usam *backtracking*, algoritmos de pesquisa binária, *Branch and Bound*, etc.

Existem autores que definem ainda outros tipos de heurísticas: heurísticas híbridas, metaheurísticas [33] e matheurísticas [10]. As primeiras são assim designadas na medida em que resultam da combinação de heurísticas com estratégias diferentes, como é o caso das heurísticas que procuram simultaneamente construir e melhorar soluções. Por outro lado, metaheurísticas são métodos sofisticados e muito robustos que, com poucas alterações, podem ser aplicados a uma grande variedade de problemas. Estes partem geralmente de uma heurística simples que fornece soluções para o problema em causa que vão sendo progressivamente melhoradas. São exemplo de metaheurística, os algoritmos Colónias de Abelhas, Colónias de Formigas, Pesquisa Tabu e ainda os Algoritmos Genéticos que serão apresentados mais à frente. Por fim, as matheurísticas são algoritmos que resultam da combinação de metaheurísticas com técnicas de Programação Matemática.

Ao longo deste capítulo apresentamos duas heurísticas para o problema de seleção de fornecedores VPDQ. Começamos por descrever, na secção seguinte, uma Heurística Híbrida de fácil aplicação que terá como objetivo encontrar soluções de forma rápida para esse tipo de problemas. Seguidamente, é apresentado um Algoritmo Genético com doze variantes para o mesmo problema sendo que, em todas elas é usada a Heurística Híbrida anterior.

## 5.1 Heurística de Seleção do Menor Preço (Heurística SMP)

Descrevemos nesta secção uma heurística, composta essencialmente por duas partes, que permitirá obter uma solução melhorada para o problema de seleção de fornecedores descrito no capítulo segundo. Na primeira parte desta heurística, procura-se construir uma solução admissível para o problema - processo construtivo. Na segunda, tenta-se melhorar essa mesma solução, através de um processo que integra dois algoritmos distintos - processo de melhoramento. Por esta razão, a heurística que apresentamos é classificada como sendo híbrida.

Para a obtenção de uma primeira solução admissível para o problema, é inicialmente calculada, para cada condição de fornecimento disponível, a quantidade mínima de produto a encomendar que valida a sua utilização. Esta quantidade será exatamente o máximo entre

a quantidade pedida do produto associado à respetiva condição e a quantidade mínima de produto a partir da qual o uso dessa condição de fornecimento é válido. O passo seguinte consiste em tornar a quantidade resultante múltipla da dimensão dos lotes do produto associado à condição de fornecimento em causa.

Uma vez determinadas as quantidades mínimas que validam a encomenda de produtos nas condições de fornecimento, é selecionado, para cada produto, o fornecedor que o fornece de forma mais barata. Para isso, as quantidades anteriormente determinadas são multiplicadas pelos custos unitários associados às respetivas condições de fornecimento, sendo escolhidas as condições que apresentem os valores mais baixos. Assim, ter-se-á, para cada produto, uma condição de fornecimento associada, o que permitirá obter uma solução admissível inicial para o problema. Para isso, basta considerar que, se os VME dos fornecedores não são atingidos, os respetivos custos de transporte são pagos pelo comprador.

Obtida esta solução, é então determinado o seu custo. Este será dado pela soma dos custos totais da compra de cada um dos produtos, acrescido dos custos de transporte associados aos fornecedores cujo valor da encomenda colocada não atingiu o VME por ele fixado. O custo da solução obtida serve assim como limite superior ao valor ótimo do problema. Termina assim a primeira parte da heurística correspondente à construção de uma primeira solução admissível inicial.

Consideremos que cada condição de fornecimento é identificada pelo seu fornecedor, produto e nível de desconto, isto é,  $j_{spn}$  designa a condição de fornecimento associada ao fornecedor  $s$  para o produto  $p$  no nível  $n$ . Definimos ainda  $r_{spn}$  como sendo a quantidade de produto  $p$  encomendada ao fornecedor  $s$  no nível  $n$  e os conjuntos  $Sol$  e  $Quant$  como sendo respetivamente o conjunto das condições de fornecimento selecionadas e o conjunto das quantidades dos produtos encomendadas nas condições de fornecimento selecionadas. Por consequência, definimos  $j_{s^*pn^*}$  como sendo a condição de fornecimento presente na solução para o produto  $p$ .

Assim sendo, a primeira parte da Heurística SMP, designada por Algoritmo OSAI, pode ser descrita como a seguir se apresenta. Para isso, são tidos em conta os parâmetros definidos na formulação do problema apresentado no capítulo segundo.

---

**Algoritmo OSAI: Obtenção de uma Solução Admissível Inicial**

---

**Entrada:** Dados do Problema  $(S, P_s, N_{sp}, Q_p, q_{spn}, pack_{sp}, c_{spn}, vme_s, ct_s)$

**Inicializar**  $Sol := \{\}; Quant := \{\}$

**Para todo**  $s \in S, p \in P_s, n \in N_{sp}$ , **fazer**

$$a_{spn} := \max\{Q_p, q_{spn}\}$$

$$m_{spn} := \lceil \frac{a_{spn}}{pack_{sp}} \rceil \times pack_{sp}$$

**Para todo**  $p \in P$ , **fazer**

$$j_{s*pn*} := \arg \min_{s \in S_p, n \in N_{sp}} \{m_{spn} \times c_{spn}\}$$

$$r_{j_{s*pn*}} := m_{j_{s*pn*}}$$

$$Sol := Sol \cup \{j_{s*pn*}\}$$

$$Quant := Quant \cup \{r_{j_{s*pn*}}\}$$

**Calcular**  $C_T := \text{Custo}(Sol, Quant)$

**Saída:** Solução Admissível do Problema  $(Sol, Quant, C_T)$

---

O procedimento usado para o cálculo do custo de uma solução admissível que aparece no último passo do Algoritmo OSAI, é a seguir apresentado. Este procedimento foi destacado do Algoritmo OSAI uma vez que é frequentemente usado nesta dissertação.

---

**Custo(Sol, Quant): Cálculo do Custo de uma Solução Admissível**

---

**Entrada:** Solução Admissível do Problema  $(Sol, Quant)$

Dados do Problema  $(S, P_s, N_{sp}, vme_s, ct_s, c_{spn})$

**Calcular** o custo total da compra dos produtos

$$C_T := \sum_{j_{spn} \in Sol} r_{j_{spn}} \times c_{j_{spn}}$$

**Para todo**  $s \in S$ , **fazer**

$$V_s := \sum_{p \in P_s, n \in N_{sp}, j_{spn} \in Sol} r_{j_{spn}} \times c_{j_{spn}}$$

**Se**  $0 < V_s < vme_s$ , **então**

$$C_T := C_T + ct_s$$

**Saída:** Custo da Solução Admissível  $(C_T)$

---



A segunda parte da heurística consiste em melhorar a solução obtida anteriormente, sendo esse melhoramento efetuado com recurso a dois algoritmos distintos.

O primeiro algoritmo tem como estratégia de melhoramento o aumento das quantidades de encomenda de alguns produtos por forma a que os VME dos fornecedores associados sejam atingidos, evitando o pagamento de custos de transporte. Assim, para cada fornecedor cujo VME não foi atingido, e que por isso apresenta custos de transporte para o comprador, compara-se o preço de transporte com o valor em falta para atingir o seu VME. Caso o primeiro seja superior, procura-se aumentar a quantidade encomendada de um dos produtos que estão associados a esse fornecedor na solução atual, podendo assim ser rentável a utilização de níveis de desconto superiores. Como existem valores de MPQ que têm de ser respeitados é de esperar que o valor total da encomenda resultante se torne superior ao VME do fornecedor. Assim, o produto escolhido será aquele que permitir atingir o VME ao menor custo. Contudo, o aumento da quantidade de um produto só deve ser efetuado se o custo associado a esse aumento for inferior ao custo de transporte do fornecedor em causa.

O algoritmo associado a este processo de melhoramento é o que se apresenta de seguida.

---

**Algoritmo ECT:** Melhoramento de uma Solução Admissível (**E**liminação de **C**ustos de **T**ransporte)

---

**Entrada:** Solução Admissível do Problema ( $Sol, Quant, C_T$ );

Dados do Problema ( $S, P_s, N_{sp}, Q_p, q_{spn}, pack_{sp}, c_{spn}, vme_s, ct_s$ )

**Para todo**  $s \in S$ , **fazer**

$$V_s := \sum_{p \in P_s, n \in N_{sp}, j_{spn} \in Sol} r_{j_{spn}} \times c_{j_{spn}}$$

**Se**  $0 < V_s < vme_s$ , **então**

$$V_{inc} := vme_s - V_s$$

**Se**  $V_{inc} < ct_s$ , **então**

$$min := +\infty, qt := -1$$

**Para todo**  $p \in P_s$  tal que  $j_{spn} \in Sol$ , para algum  $n \in N_{sp}$ , **fazer**

**Para todo**  $n \in N_{sp}$ , **fazer**

**Se**  $j_{spn} \in Sol$ , **então**

$$acr := \left\lceil \frac{\frac{V_{inc}}{c_{spn}}}{pack_{sp}} \right\rceil \times pack_{sp}$$

**Se**  $V_s + acr \times c_{spn} < min$ , **então**

$$min := V_s + acr \times c_{spn}$$

$$j_{min} := j_{spn}$$

$$qt := r_{j_s^*pn^*} + acr$$

**Caso contrário**

$$acr := \left\lceil \frac{V_{inc} + r_{j_s^*pn^*} \times c_{j_s^*pn^*}}{c_{spn} \times pack_{sp}} \right\rceil \times pack_{sp}$$

**Se**  $V_s - r_{j_s^*pn^*} \times c_{j_s^*pn^*} + acr \times c_{spn} < min$ , **então**

$$min := V_s - r_{j_s^*pn^*} \times c_{j_s^*pn^*} + acr \times c_{spn}$$

$$j_{min} := j_{spn}$$

$$qt := acr$$

**Se**  $min - V_s < ct_s$ , **então**

$$r_{j_{min}} := qt$$

$$Sol := Sol \setminus \{j_s^*pn^*\} \cup \{j_{min}\}$$

$$Quant := Quant \setminus \{r_s^*pn^*\} \cup \{r_{j_{min}}\}$$

**Fazer**  $C_T := \text{Custo}(Sol, Quant)$

**Saída:** Solução Admissível do Problema  $(Sol, Quant, C_T)$

---

O segundo algoritmo de melhoramento tem como objetivo eliminar fornecedores de uma solução admissível por forma a aumentar o valor das encomendas colocadas aos restantes, evitando assim o pagamento de custos de transporte. Para isso, será necessário efetuar uma ordenação dos fornecedores intervenientes na solução considerada, de modo a que no início da lista apareçam os que não atingem o VME. Além disso, impõe-se também, como critério de ordenação, que os fornecedores com maiores custos de transporte ou com maiores diferenças entre o VME e o valor da encomenda que lhes foi colocada, sejam priorizados.

A lista anterior deve ser então sucessivamente percorrida tentando-se retirar as encomendas dos fornecedores cujo VME não foi atingido e procurando que estas sejam distribuídas pelos fornecedores já existentes na solução. Cada produto passará então a ser encomendado ao fornecedor que apresentar o menor preço global de venda para ele. Note-se que a distribuição mencionada apenas deve ser feita se o custo total da solução resultante for inferior ao custo da solução existente antes dessa distribuição. Assim, esta comparação do valor das soluções deve ser feita sempre que se eliminem todas as encomendas de um fornecedor.

O algoritmo correspondente a este melhoramento pode ser descrito como a seguir se indica.

A segunda parte da Heurística SMP consiste então em: (1) Aplicar o Algoritmo ECT à solução obtida na primeira parte; (2) Aplicar o Algoritmo RNF à solução obtida; (3) Aplicar novamente o Algoritmo ECT à última solução obtida.

---

**Algoritmo RNF:** Melhoramento de uma Solução Admissível (**R**edução do **N**úmero de **F**ornecedores)

---

**Entrada:** Solução Admissível do Problema ( $Sol, Quant, C_T$ )

Dados do Problema ( $S, P_s, N_{sp}, V_s, c_{spn}, vme_s, m_{spn}$ )

**Passo 1:** Ordenar os fornecedores presentes na solução, de forma a que se o fornecedor  $s_1$  antecede o fornecedor  $s_2$  se verifica que  $\min\{(vme_{s_1} - V_{s_1}), ct_{s_1}\} > \min\{(vme_{s_2} - V_{s_2}), ct_{s_2}\}$ . Seja  $T$  a lista que contém os fornecedores ordenados

**Passo 2:** Para cada  $s \in T$ , fazer

$Sol_{prov} := Sol, Quant_{prov} := Quant$

**Se**  $V_s < vme_s$ , **então**

**Para todo**  $p \in P_s$  tal que  $j_{spn} \in Sol$ , para algum  $n$ , **fazer**

$min := +\infty$

**Para todo**  $\bar{s} \in T$  tal que  $\bar{s} \neq s$ , **fazer**

**Se**  $p \in P_{\bar{s}}$ , **então**

**Para todo**  $n \in N_{\bar{s}p}$ , **fazer**

**Se**  $m_{\bar{s}pn} \times c_{\bar{s}pn} < min$ , **então**

$min := m_{\bar{s}pn} \times c_{\bar{s}pn}$

$j_{min} := j_{\bar{s}pn}$

**Se**  $min < \infty$ , **então**

$Sol_{prov} := Sol_{prov} \setminus \{j_{spn}^*\} \cup \{j_{min}\}$

$Quant_{prov} := Quant_{prov} \setminus \{r_{spn}^*\} \cup \{m_{j_{min}}\}$

**Calcular**  $U_{prov} := \text{Custo}(Sol_{prov}, Quant_{prov})$

**Se**  $U_{prov} < C_T$ , **então**

$C_T := U_{prov}$

$Sol := Sol_{prov}$

$Quant := Quant_{prov}$

**Saída:** Solução Admissível do Problema ( $Sol, Quant, C_T$ )

---

## 5.2 Algoritmo Genético

Os algoritmos genéticos [34, 37, 56, 75] são métodos de otimização inspirados na teoria da evolução por seleção natural e sobrevivência do mais apto. Esta teoria foi introduzida por Charles Darwin, sendo apresentada em 1859 com a publicação do seu livro: *On the Origin of Species by Means of Natural Selection, or the Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life* [26], surgindo como oposição à teoria criacionista.

Segundo Darwin, quanto mais aptos os indivíduos forem ao meio que os rodeia, maior será a sua probabilidade de sobrevivência e, conseqüentemente, maior será a probabilidade destes se cruzarem e aumentarem o seu número de descendentes. Assim, as características dos indivíduos mais aptos, presentes no seu código genético, vão sendo transmitidas de geração em geração. Contrariamente, os indivíduos menos aptos terão menor probabilidade de se cruzarem com outros, o que diminui a possibilidade das suas características serem transmitidas às gerações seguintes.

Este processo é conhecido por seleção natural na medida em que, de geração para geração, a transmissão das características mais adequadas ao meio é favorecida em relação às características menos adequadas. Por esta razão, é de esperar que as gerações futuras se vão tornando mais aptas ao meio em que estão inseridas do que as gerações anteriores.

É com base em toda esta teoria que a ideia dos algoritmos genéticos foi concebida. De facto, estes algoritmos procuram reproduzir os fenómenos evolutivos que ocorrem na natureza aplicando-os a diversos problemas por forma a obter "boas" soluções para os mesmos.

Estes algoritmos inserem-se numa classe mais geral, os algoritmos evolutivos que se baseiam nos processos evolutivos que ocorrem na natureza. Contudo, nessa classe, os algoritmos genéticos são certamente os mais populares [28]. A sua criação data da década de 60 e é atribuída a John Holland, professor da Universidade de Michigan e especialista em ciências computacionais. Holland teve como objetivo estudar os fenómenos de adaptação e seleção que ocorrem na natureza, por forma a que estes pudessem ser aplicados a sistemas de computador, servindo como ferramenta na resolução de uma grande variedade de problemas [56]. Os estudos de Holland foram mais tarde publicados em 1975 no seu livro *Adaptation in Natural and Artificial Systems* [37], no qual apresentou um algoritmo genético como sendo uma abstração da evolução biológica. Contudo, só em 1989, com a publicação do livro *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning* [34], da autoria de Goldberg, os algoritmos genéticos se tornaram populares, sendo atualmente utilizados em diversos tipos de problemas. Note-se que o desenvolvimento dos algoritmos genéticos vem acompanhado pela evolução dos meios computacionais que são fundamentais para a sua aplicação, daí que o estudo e uso destes algoritmos seja relativamente recente.

A questão que agora se coloca é a seguinte: de que forma as teorias evolutivas podem ser aplicadas na resolução de problemas reais? Segundo Coley [21], de uma forma geral, as teorias evolutivas, quando aplicadas à resolução de problemas, traduzem-se nos algoritmos

genéticos através da definição de:

- 1: um conjunto de soluções iniciais admissíveis para o problema, que constitua a população;
- 2: um operador que permita avaliar a qualidade de cada elemento da população;
- 3: um operador que permita gerar novas soluções combinando soluções da população;
- 4: um operador de mutação que provoque alterações aos elementos da população.

Assim, a ideia chave dos algoritmos genéticos é, a partir de um conjunto de soluções admissíveis para um determinado problema, designado por *população*, determinar novas soluções que irão constituir uma nova população. Este processo é feito através da combinação sucessiva de soluções que originam deste modo novas soluções, as quais se espera que, de um modo geral, se vão aproximando da solução ótima do problema em causa.

Posteriormente, faremos uma descrição mais completa da metodologia subjacente aos algoritmos genéticos. Isto é, serão apresentados métodos que indicam de que forma a avaliação das soluções, a geração de novos indivíduos, as operações de mutação e a constituição de novas populações pode ser efetuada.

### 5.2.1 Terminologia Usada nos Algoritmos Genéticos

Os algoritmos genéticos possuem uma terminologia muito própria, semelhante à que é utilizada pelos biólogos. Como foi já referido anteriormente, o conjunto de soluções admissíveis de um problema é designado por *população*.

Na sua forma mais geral, as soluções que integram essa *população* podem estar sujeitas a processos de codificação e decodificação. Os processos de codificação, que normalmente associam a cada solução um vetor binário, têm como finalidade garantir que cada solução é única e, ao mesmo tempo, facilitar a sua manipulação durante o processo computacional. Quando as soluções são apresentadas nesta forma são designadas por *cromossomas*. Por outro lado, quando as soluções são decodificadas, podendo ser diretamente interpretadas no contexto do problema, tomam a designação de *indivíduos* [56].

As designações de *cromossoma* e *indivíduo* podem ser substituídas pelas designações de *genótipo* e *fenótipo*, respetivamente, uma vez que o *fenótipo* é a expressão do *genótipo* no meio envolvente. Os *cromossomas* podem ainda ser compostos por *genes* que representam as características codificadas da solução no problema. Do mesmo modo, os *indivíduos* poderão ser compostos por *fatores* que representam as características expressas pelos *genes* no contexto do problema. As relações *gene/fator* são representadas graficamente na Figura 5.1.

Existem ainda autores que utilizam os conceitos de *alelo* e *locus*, sendo o primeiro os valores possíveis usados na codificação e o segundo a posição dos *alelos* no *cromossoma* [56].

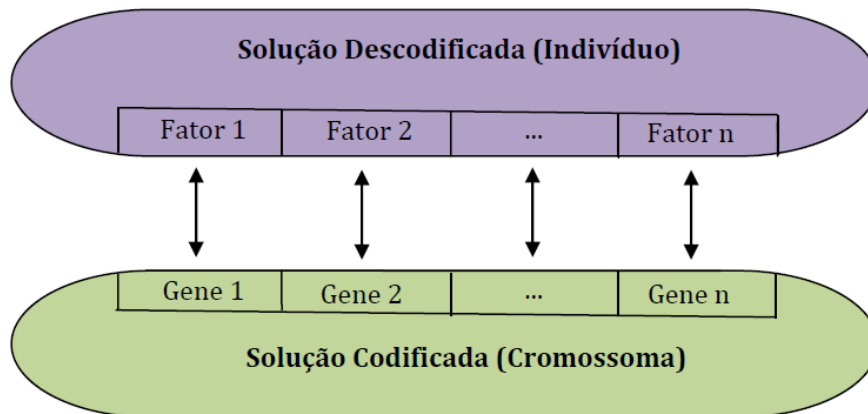


Figura 5.1: Representação das relações entre *genes* e *fatores*.

Estes últimos conceitos, *gene*, *fator*, *alelo* e *locus*, foram apenas introduzidos a título informativo uma vez que não serão utilizados nesta dissertação.

No processo de cruzamento/combinção de soluções são ainda usadas mais algumas definições: designamos por *progenitores/pais* as soluções a combinar e por *descendentes/filhos* as soluções resultantes desse cruzamento. Estas soluções poderão fazer parte da população seguinte, e consequentemente formar uma nova *geração*.

### 5.2.2 Estrutura Geral dos Algoritmos Genéticos

De uma forma geral, os algoritmos genéticos englobam as seguintes fases: Codificação, Avaliação, Seleção, Cruzamento, Mutação, e Decodificação, pelo que o processo pode ser esquematizado como é descrito na Figura 5.2.

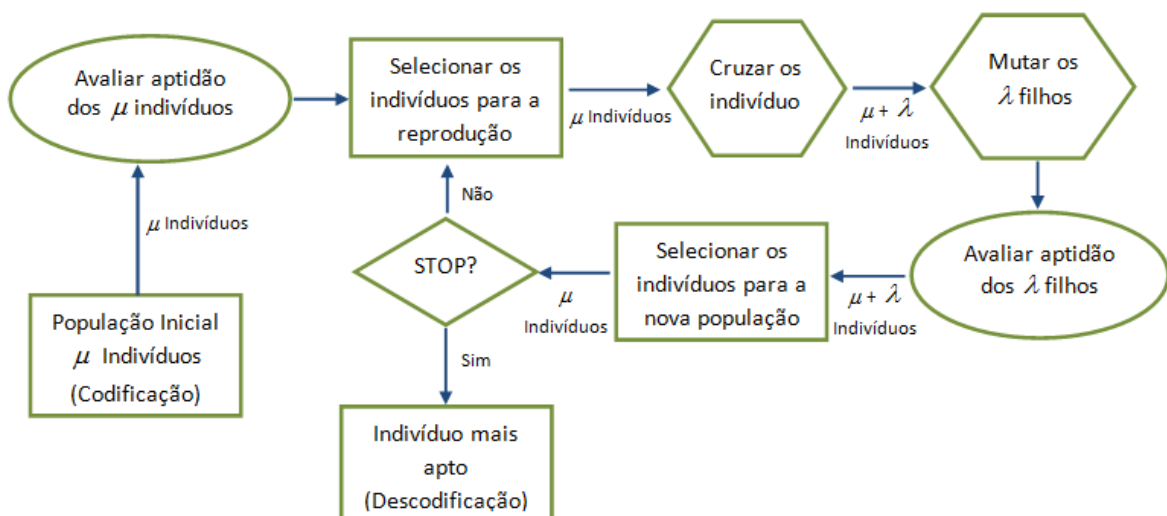


Figura 5.2: Fluxograma de um algoritmo genético, adaptado de [28].

Para iniciar o algoritmo é necessário constituir uma população inicial, ou seja, um conjunto de soluções admissíveis para o problema em causa. A dimensão da população é um parâmetro de grande importância nos algoritmos genéticos, não havendo um valor ideal para a mesma. De facto, populações com dimensão elevada garantem uma maior diversidade de opções de escolha, aumentando a probabilidade de encontrar soluções próximas da solução ótima. Contudo, nestes casos, o esforço computacional requerido é bastante elevado, o que pode comprometer o uso do algoritmo. Além disso, as populações maiores vêm associados tempos de execução computacional maiores e, consequentemente, convergência mais lenta do algoritmo. Assim sendo, a dimensão da população deve ser definida de modo a garantir que haja diversidade na população e, ao mesmo tempo, que o esforço computacional requerido não seja excessivamente elevado.

Após a determinação da população inicial, será necessário definir como avaliar a aptidão dos indivíduos (soluções) dessa população. Em muitos casos, a referida aptidão será o valor da função objetivo do problema, calculado para a solução em causa. Esta aptidão poderá condicionar a forma como a escolha dos indivíduos para o cruzamento é efetuada, podendo esta ser aleatória ou baseada em algum método específico. Dois desses métodos, muito comuns na literatura, são o Método da Roleta Russa e o Método do Torneio [75], cuja ideia subjacente é a de privilegiar para o cruzamento os indivíduos com melhores valores de aptidão. De seguida descrevemos estes dois métodos na sua forma geral.

### **Método da Roleta Russa**

1. Determinar a soma das aptidões de todos os indivíduos da população atual, seja ela  $S$ ;
2. Gerar uniformemente um número aleatório no intervalo  $[0, S]$ , seja ele  $R$ ;
3. Adicionar sucessivamente as aptidões dos indivíduos da população até que a soma seja superior a  $R$ ;
4. Selecionar o último indivíduo até ao qual a soma das aptidões ainda era inferior a  $R$ ;
5. Repetir passos 2, 3 e 4 até formar o conjunto completo dos  $m$  indivíduos a cruzar.

Note-se que no terceiro passo deste método a ordem pela qual as aptidões dos indivíduos são adicionadas é irrelevante. No entanto, uma vez estabelecida essa ordem, a mesma deve ser mantida constante nas iterações seguintes do método. No quinto passo, após a formação do conjunto dos  $m$  indivíduos a cruzar estes serão emparelhados, definindo assim os pares para o cruzamento. Este emparelhamento pode ser feito de diversas formas. Uma delas consiste em emparelhar os indivíduos à medida que vão sendo selecionados.

Neste método garante-se que a probabilidade de seleção de um determinado indivíduo é proporcional ao valor da sua aptidão, isto é, indivíduos com melhores valores de aptidão terão

maior probabilidade de serem selecionados. É este princípio que fundamenta a designação do método.

### Método do Torneio

1. Selecionar aleatoriamente um grupo de  $p$  indivíduos da população;
2. Calcular as aptidões dos indivíduos selecionados;
3. Escolher o indivíduo com melhor valor de aptidão para o cruzamento;
4. Repetir passos 1, 2 e 3 até formar o conjunto completo dos  $m$  indivíduos a cruzar.

Uma vez obtido o conjunto dos indivíduos a cruzar é necessário definir de que forma esses cruzamentos devem ser efetuados. O cruzamento de indivíduos é majoritariamente efetuado considerando as soluções na sua forma codificada, isto é, na forma de vetor. Assim, os dois vetores correspondentes aos cromossomas dos indivíduos a cruzar são combinados por forma a obter o cromossoma de um novo indivíduo. Na literatura, são apresentados alguns métodos frequentemente utilizados neste processo, entre os quais o Método Uniforme, o Método do Ponto Único, o Método dos Dois Pontos, e ainda o Método dos K Pontos [75], que é uma generalização dos últimos dois métodos. No Método Uniforme é gerado um vetor binário, designado por *máscara*, com o mesmo comprimento do vetor que define o cromossoma dos indivíduos presentes na população e que servirá para construir o vetor que define o cromossoma do novo indivíduo. Ao primeiro indivíduo a cruzar é associado o código 0 e ao seu par o código 1. O vetor *máscara* é então percorrido sequencialmente sendo que, em cada posição, o valor 0 ou 1 indicará de que progenitor será proveniente o material genético para essa mesma posição. No Método dos K Pontos, são gerados K números inteiros e aleatórios compreendidos entre um e o comprimento dos cromossomas dos indivíduos. Esses números servirão como marcadores que indicarão quais as subsequências dos cromossomas de cada progenitor que devem ser incorporadas no cromossoma do descendente a gerar. Na Figura 5.3 encontram-se esquematizados o Método dos K Pontos e o Método Uniforme.

Uma vez cruzados os indivíduos e obtidos os cromossomas dos descendentes, estes podem sofrer o chamado processo de mutação que consiste na alteração aleatória de uma parte desses cromossomas. Um dos métodos frequentemente usado neste processo é o método do Ponto Único de Mutação [21]. Este consiste em escolher aleatoriamente uma posição do vetor que define o cromossoma do indivíduo e obter um novo valor aleatório para essa posição. Em Sivanandam [75] são apresentados muitos outros métodos alternativos a este processo de mutação. O processo de mutação ajuda a aumentar a diversidade das soluções permitindo que se obtenham soluções que não se obteriam tão frequentemente considerando apenas o cruzamento de indivíduos.

Seguidamente, é necessário avaliar a aptidão dos descendentes gerados, por forma a selecionar a população para a geração seguinte.



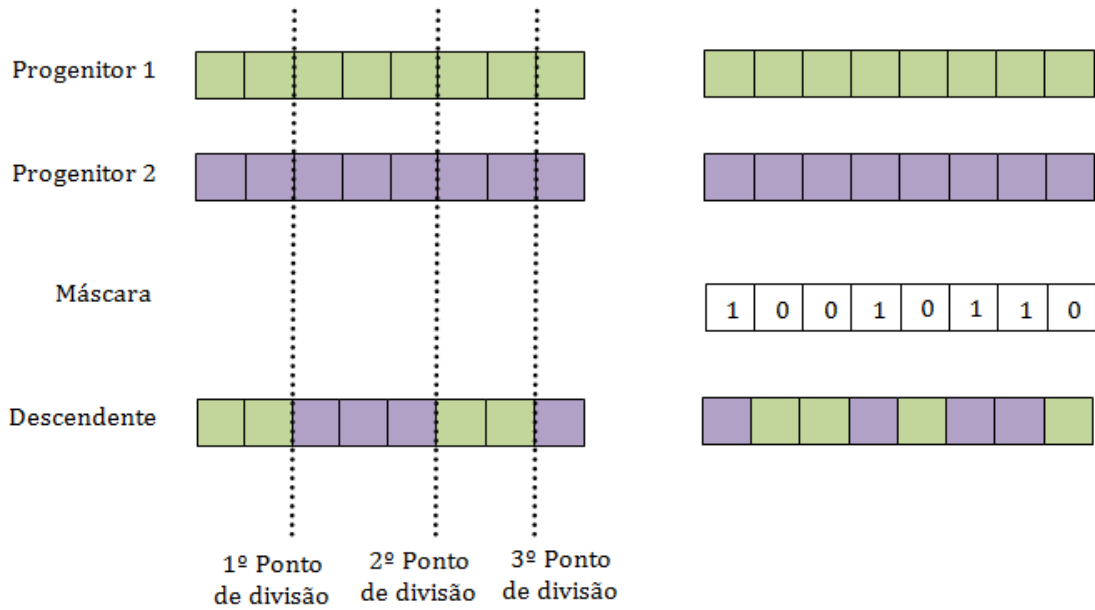


Figura 5.3: Ilustração do Método dos K Pontos, com  $K=3$  (à esquerda), e do Método Uniforme (à direita).

Assim, é necessário eliminar alguns indivíduos (descendentes e/ou progenitores) por forma a que a dimensão da população seja mantida constante de geração para geração. Para esta seleção podem ser utilizadas diversas estratégias. Em Sivanandam [75] são apresentadas algumas dessas estratégias que incluem, por exemplo, a seleção aleatória de indivíduos, a seleção dos indivíduos mais aptos e a seleção de todos os descendentes e de alguns dos pais.

Obtida a nova população, são definidos critérios que permitem determinar se será necessário repetir todo o processo anterior, efetuando novos cruzamento, ou se a população atual já é satisfatória. Caso não haja necessidade de efetuar novos cruzamentos entre os indivíduos da população é selecionado o indivíduo que apresente o melhor valor de aptidão. Este corresponderá à melhor solução encontrada para o problema.

### 5.2.3 Descrição do Algoritmo Genético Desenvolvido

Nesta secção apresentamos o Algoritmo Genético usado no processo de obtenção de solução do problema VPDQ. Apresentamos diversas versões pois são descritas estratégias alternativas para alguns dos passos que ele integra. A combinação de todas estas estratégias origina doze versões do Algoritmo Genético.

Para iniciar o algoritmo é necessário definir a dimensão da população inicial. Assim, esta será fixada igual ao número de fornecedores disponíveis para o problema, seja ele  $k$ .

Seguidamente, será necessário construir as  $k$  soluções iniciais, correspondentes aos indivíduos da população. A ideia que iremos usar para essa construção é a de associar a cada

solução um fornecedor principal. Deste modo, a primeira solução terá como fornecedor principal o primeiro fornecedor que aparece na lista de fornecedores disponíveis para o problema, a segunda solução terá como fornecedor principal o segundo fornecedor dessa lista e assim sucessivamente.

Depois, para cada uma das soluções anteriores, deverão ser determinadas as condições de fornecimento mais económicas, para todos os produtos que o fornecedor principal dessa solução pode fornecer. Contudo, uma vez que a maior parte dos fornecedores não fornece todos os produtos pedidos, será necessário adicionar outros fornecedores, além do principal, à referida solução para providenciar os restantes produtos. O fornecedor a adicionar será aquele que conseguir fornecer o maior número de produtos, em falta na solução atual, ao menor preço global. Esta estratégia deve ser sucessivamente aplicada até que os fornecedores presentes na solução possam fornecer todos os produtos pedidos. Repetindo o processo para todas as soluções obtém-se a população pretendida para iniciar o algoritmo. Na Figura 5.4 é exemplificada a construção de uma das soluções iniciais do Algoritmo Genético que tem como fornecedor principal o *Fornecedor 1*, tendo o exemplo em causa quatro fornecedores disponíveis e sete produtos pedidos. As primeiras quatro caixas apresentadas dizem respeito aos produtos que cada um dos fornecedores disponíveis pode fornecer.

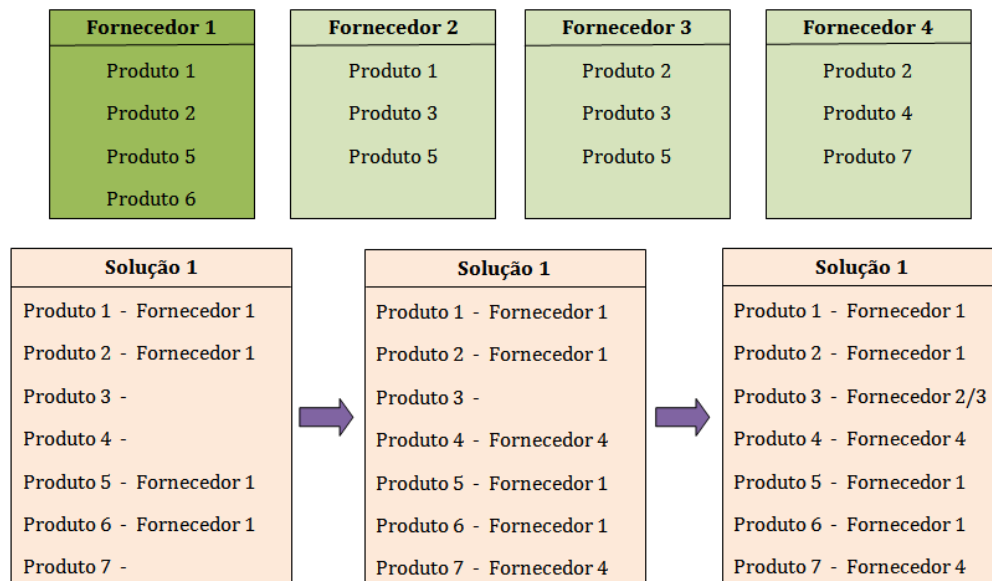


Figura 5.4: Exemplo de construção de uma solução inicial cujo fornecedor principal é o *Fornecedor 1* considerando sete produtos pedidos.

Posto isto, será necessário calcular as aptidões de cada um dos indivíduos da população, isto é, calcular o custo associado a cada solução determinada anteriormente. Para tal, será usado o procedimento Custo descrito anteriormente na secção 5.1.

Seguidamente deve ser efetuada a seleção das soluções/indivíduos a combinar/cruzar,

sendo para isso apresentadas três alternativas:

- 1. Método Aleatório:** Este método não tem em conta o valor de aptidão das soluções determinadas. Assim, caso a dimensão da população,  $k$ , seja par, serão efetuados  $\frac{k}{2}$  cruzamentos, determinados de forma aleatória de modo a que todos os indivíduos sejam cruzados com um e um só indivíduo. Caso a dimensão da população seja ímpar, será selecionado aleatoriamente um indivíduo para a geração seguinte que não será cruzado com nenhum outro. Os restantes  $k - 1$  indivíduos serão cruzados entre si como no caso em que a população é par.
- 2. Método do Torneio:** Em cada geração são efetuados  $2k$  cruzamentos, pelo que serão necessários  $m = 4k$  indivíduos. Para obter esses indivíduos será aplicado o Método do Torneio descrito anteriormente, sendo que no primeiro passo desse método os grupos selecionados serão de dois indivíduos, isto é,  $p = 2$ .
- 3. Método da Roleta Russa:** Em cada geração são efetuados  $2k$  cruzamentos, pelo que serão necessários  $m = 4k$  indivíduos. Para obter esses indivíduos será aplicado o Método da Roleta Russa descrito anteriormente.

Nos dois últimos casos não existe qualquer controlo na seleção dos indivíduos para o cruzamento, pelo que o mesmo indivíduo pode ser cruzado várias vezes e assim obter vários descendentes. Aliás, o facto de serem necessários  $4k$  indivíduos para o cruzamento tem como finalidade obrigar a que esta situação aconteça, uma vez que a população tem apenas  $k$  indivíduos. Além disso, podem existir também indivíduos que numa geração nunca chegam a ser cruzados.

Uma vez selecionados os indivíduos para os cruzamentos, é necessário definir de que forma estes devem ser efetuados. Ora, em cada cruzamento existem duas soluções a combinar, tendo cada uma delas um determinado conjunto de fornecedores. Juntando-se os dois conjuntos de fornecedores obtém-se um único conjunto que será suficiente para fornecer todos os produtos pedidos. Assim, para obter a nova solução admissível será aplicado o Algoritmo OSAI descrito na secção 5.1. Além disso, para melhorar esta solução deverá ser também aplicado o Algoritmo ECT apresentado nessa secção. A solução obtida será designada por descendente.

Após a obtenção dos descendentes poderá ou não ser aplicada uma operação de mutação que designamos por *mutação controlada*. Esta operação de mutação será efetuada pelo Algoritmo RNF definido anteriormente na secção 5.1. Assim, essa operação é considerada uma mutação benéfica uma vez que nunca piora o valor das soluções às quais é aplicada.

Uma vez obtidos os descendentes, é calculado o valor da sua aptidão, tal como foi feito para os seus progenitores.

Ao longo dos cruzamentos efetuados anteriormente, é necessário ir constituindo a nova população. Para o efeito são tidos em conta os valores de aptidão dos progenitores e dos descendentes. Apresentamos de seguida duas alternativas para este processo.

1. Seleção dos **D**escendentes e **P**rogenitores **M**elhores (SDPM): Em cada cruzamento é selecionado para a população seguinte o único descendente gerado e o progenitor que apresentar o melhor valor de aptidão.
2. Seleção dos **D**ois **I**ndivíduos **M**elhores (SDIM): Em cada cruzamento, de entre os dois progenitores e o descendente obtido, são selecionados os dois indivíduos que apresentem os melhores valores de aptidão.

Note-se que estes processos de seleção terão de ser aplicados sucessivamente à medida que os cruzamentos vão sendo efetuados, por forma a permitir que a dimensão da população seja mantida sempre constante. Os indivíduos que não forem selecionados são eliminados, deixando de fazer parte da população, tal como é ilustrado nas Figuras 5.5 e 5.6.

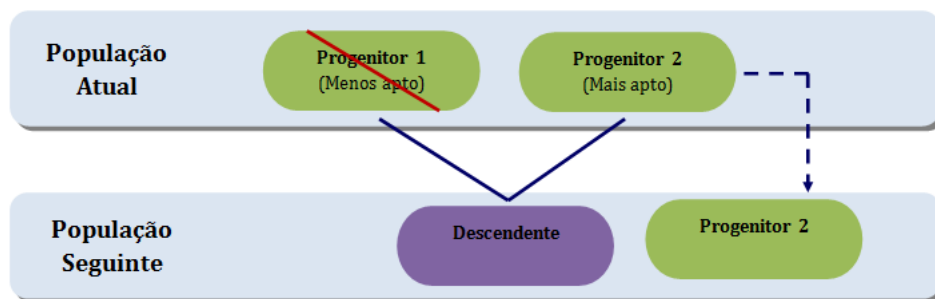


Figura 5.5: Ilustração da obtenção de uma nova população (Método SDPM).

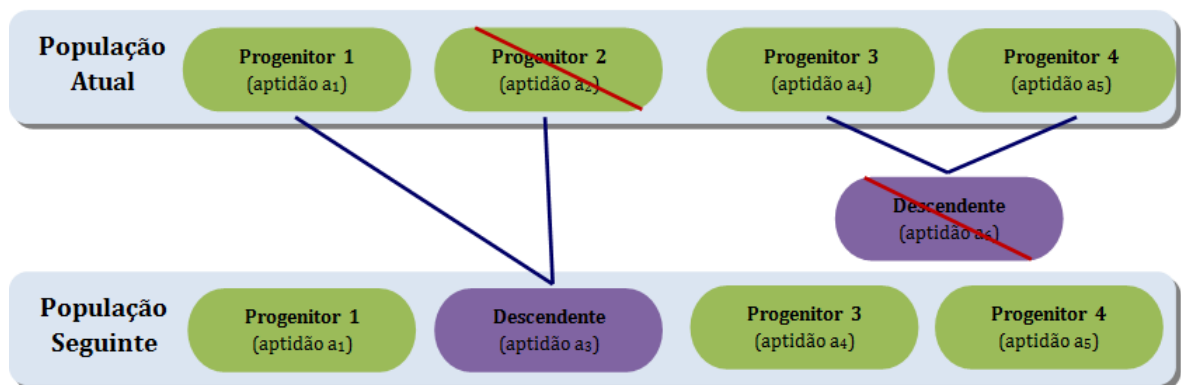


Figura 5.6: Ilustração da obtenção de uma nova população (Método SDIM). Considere-se que a aptidão  $a_2$  é pior que a aptidão  $a_1$  e  $a_3$  e que a aptidão  $a_6$  é pior que a aptidão  $a_4$  e  $a_5$ .

Na primeira figura é selecionado para a geração seguinte o descendente obtido. Como o *Progenitor 1* tem um valor de aptidão pior do que o *Progenitor 2*, será eliminado, passando o *Progenitor 2* à geração seguinte. Na Figura 5.6 são representados dois casos possíveis que podem ocorrer no processo de seleção usando o método SDIM. No primeiro caso, como o descendente gerado apresenta um valor melhor que um dos progenitores, fará parte da geração

seguinte assim como o progenitor que apresenta o melhor valor de aptidão, *Progenitor 1*. No segundo caso, como o descendente obtido apresenta um valor de aptidão inferior ao dos seus progenitores será eliminado, passando os dois progenitores à geração seguinte.

Formada a nova população, o processo até aqui descrito (Seleção de indivíduos para o cruzamento - Efetuar cruzamentos - Obter novos descendentes - Mutação controlada nos descendentes - Constituição de nova população) é de novo repetido, até que seja atingido um determinado critério de paragem. Neste algoritmo, esse critério foi uma limitação ao número de gerações, sendo essa limitação de 100 gerações. Quando este número de gerações for atingido, é selecionada da população resultante a solução que apresentar o menor custo global, ou seja, o melhor valor de aptidão.

Neste algoritmo, a solução final obtida será influenciada pela forma como são selecionados os indivíduos para o cruzamento. Para contornar esta questão, o algoritmo anterior deverá ser executado repetidamente sendo sistematicamente guardada a melhor solução encontrada no final de cada execução, tal como é sugerido na Figura 5.7. Neste algoritmo o número de repetições a efetuar foi também fixado em 100.

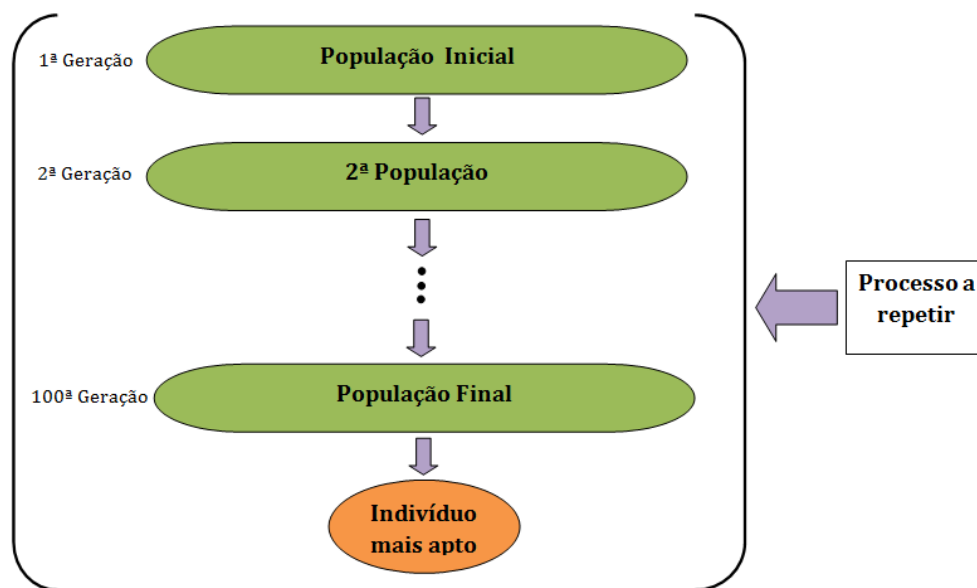


Figura 5.7: Ilustração do processo a repetir para obtenção da solução final.

Note-se que ao longo da descrição anteriormente apresentada não foram referidos os passos de codificação e decodificação das soluções uma vez que estes apenas são usados na implementação do algoritmo em computador.

Além disso, o algoritmo descrito apresenta algumas particularidades relativamente à estrutura geral dos algoritmos genéticos. Em primeiro lugar, no Método Aleatório, as aptidões dos indivíduos/soluções não são tidas em conta na seleção dos indivíduos a cruzar pelo que esta

é completamente independente dessas aptidões. Em segundo lugar, o processo de mutação considerado não tem caráter aleatório, sendo que quando é aplicado a uma solução nunca piora o valor da sua aptidão.

Na Figura 5.8 esquematizamos as doze versões do Algoritmo Genético descrito.

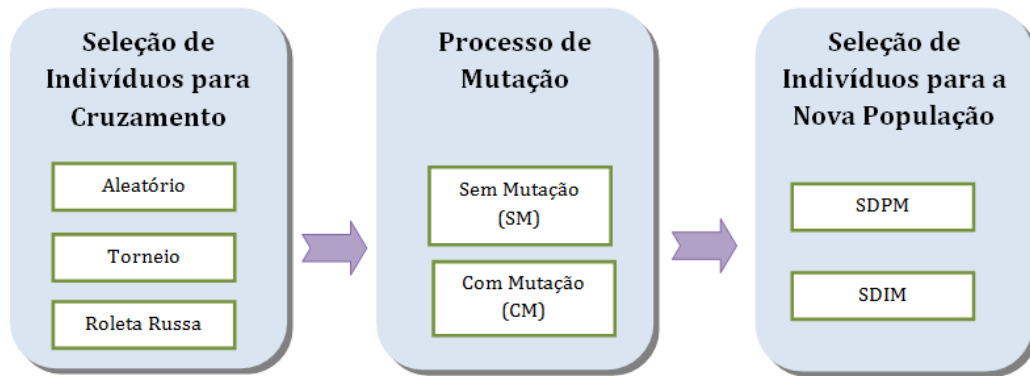


Figura 5.8: Representação das variantes do Algoritmo Genético descrito.

No capítulo seguinte apresentamos algumas instâncias do problema de seleção de fornecedores às quais foi aplicado este Algoritmo Genético e a Heurística SMP.

## Capítulo 6

# Exemplos de Aplicação

Neste capítulo são apresentados alguns exemplos numéricos do problema de seleção de fornecedores aos quais foi aplicada a Heurística SMP e o Algoritmo Genético, descritos anteriormente. São apresentados os resultados obtidos para estes exemplos, bem como os tempos de execução computacionais necessários para a obtenção dos mesmos. Além disso, para avaliar a qualidade das soluções encontradas, é apresentada também a solução ótima do problema obtida usando a formulação definida na Secção 2.1. Para a obtenção da solução exata utilizou-se o algoritmo *Branch and Bound* do software *Xpress 7.3* enquanto que a Heurística SMP e o Algoritmo Genético foram implementados usando a linguagem de programação *Java*.

Na primeira secção deste capítulo apresentamos três exemplos/projetos reais provenientes da empresa HFA para os quais se pretendeu determinar o orçamento mais económico. Na secção seguinte apresentamos doze exemplos gerados aleatoriamente com o objetivo de testar a robustez das heurísticas desenvolvidas.

Para a obtenção de todos os resultados aqui apresentados foi usado um computador pessoal equipado com Intel(R) Core(TM) i5-2410M CPU @ 2.30Ghz e 6 GB de RAM.

### 6.1 Exemplos Provenientes da HFA

Como foi referido no capítulo segundo, o objetivo da empresa HFA é, a partir da lista de componentes de um equipamento, determinar as condições de fornecimento para todos esses componentes, que garantam o melhor orçamento para a sua construção/montagem. Para isso, a empresa dispõe de uma plataforma online que lhe serve como base de dados. Nela é guardada informação relativa aos fornecedores que a empresa tem disponíveis, nomeadamente os produtos que por eles podem ser fornecidos.

A referida plataforma, vem sido construída ao longo do tempo, funcionando como um sistema de arquivo de faturas de encomendas. Ou seja, sempre que a encomenda de um produto é colocada a um fornecedor, o número de unidades encomendadas e o respetivo custo unitário desse produto são registados na plataforma, sendo também registados o custo de

transporte e o VME do fornecedor em causa. É este registo que define cada uma das condições de fornecimento usadas no problema. Para isso, o número de unidades encomendadas é interpretado como sendo a quantidade mínima que define um patamar de desconto do produto associado.

A lista de componentes que a HFA recebe contém apenas o número de unidades necessárias para o fabrico de um equipamento. Esse número é depois multiplicado por uma determinada quantia, seja ela  $Q$ , por forma a determinar as quantidades necessárias para o fabrico/montagem de  $Q$  equipamentos. Este valor  $Q$  será então o número total de equipamentos pretendidos. Uma vez que os preços unitários são bastante influenciados pelas quantidades encomendadas, a HFA pretende obter orçamentos para diferentes quantidades do produto final. Assim, foram considerados para teste três projetos, sendo para cada um deles calculados orçamentos para três quantidades diferentes de produtos finais, originando um total de nove instâncias de teste.

Na Tabela 6.1 são apresentadas as dimensões dos projetos em causa, isto é, o número de fornecedores, o número de produtos e o número de condições de fornecimento resultante. É ainda apresentado nessa tabela o valor ótimo do problema e o valor obtido pela Heurística SMP.

Tabela 6.1: Apresentação das dimensões (número de fornecedores, produtos e condições de fornecimento), número de unidades do produto final, valor ótimo e valor obtido pela Heurística SMP para os exemplos provenientes dos projetos da HFA.

Projeto	Fornecedores	Produtos	Condições	Unidades	Ótimo	SMP
1	46	104	1252	100	33428	33428
				200	38053	38053
				500	48623	48623
2	38	35	494	100	15277	15277
				200	15831	15831
				500	16843	16843
3	49	58	1071	100	36693	36693
				200	39971	39971
				500	51852	51852

Na Tabela 6.2 apresentamos os resultados obtidos pela aplicação do Algoritmo Genético aos exemplos considerados.

Na Tabela 6.3 apresentamos os tempos decorridos na execução computacional do Algoritmo Genético, tendo sido estes medidos em segundos. Note-se que os tempos de execução computacional para a Heurística SMP não foram apresentados uma vez que são quase instantâneos (inferiores a um segundo).

Mais adiante será feita a análise e discussão dos resultados obtidos.



Tabela 6.2: Resultados obtidos pela aplicação do Algoritmo Genético, nas suas diferentes variantes quando aplicado aos exemplos provenientes dos projetos da HFA.

Projetos	Quantidades	Método Aleatório						Método do Torneio						Método da Roleta Russa					
		SDPM/		SDIM/		SDPM/		SDIM/		SDPM/		SDIM/		SDPM/		SDIM/		SDPM/	
		SM	CM	SM	CM	SM	CM	SM	CM	SM	CM	SM	CM	SM	CM	SM	CM	SM	CM
1	100	33428	33428	33428	33428	33428	33428	33428	33428	33428	33428	33428	33428	33428	33428	33428	33428	33428	33428
	200	38053	38053	38053	38053	38053	38053	38053	38053	38053	38053	38053	38053	38053	38053	38053	38053	38053	38053
	500	48623	48623	48623	48623	48623	48623	48623	48623	48623	48623	48623	48623	48623	48623	48623	48623	48623	48623
2	100	15277	15277	15277	15277	15277	15277	15277	15277	15277	15277	15277	15277	15277	15277	15277	15277	15277	15277
	200	15831	15831	15831	15831	15831	15831	15831	15831	15831	15831	15831	15831	15831	15831	15831	15831	15831	15831
	500	16843	16843	16843	16843	16843	16843	16843	16843	16843	16843	16843	16843	16843	16843	16843	16843	16843	16843
3	100	36693	36693	36693	36693	36693	36693	36693	36693	36693	36693	36693	36693	36693	36693	36693	36693	36693	36693
	200	39971	39971	39971	39971	39971	39971	39971	39971	39971	39971	39971	39971	39971	39971	39971	39971	39971	39971
	500	51852	51852	51852	51852	51852	51852	51852	51852	51852	51852	51852	51852	51852	51852	51852	51852	51852	51852

Tabela 6.3: Tempos de execução computacional do Algoritmo Genético nas suas diferentes variantes, quando aplicado aos exemplos provenientes dos projetos da HFA.

Projetos	Quantidades	Método Aleatório						Método do Torneio						Método da Roleta Russa					
		SDPM/		SDIM/		SDPM/		SDIM/		SDPM/		SDIM/		SDPM/		SDIM/		SDPM/	
		SM	CM	SM	CM	SM	CM	SM	CM	SM	CM	SM	CM	SM	CM	SM	CM	SM	CM
1	100	5503	5921	5975	6197	6819	6819	22147	22921	24466	26719	22190	22887	24475	26319	22819	22842	24367	26127
	200	5520	5975	6205	6205	6830	6830	22198	22889	24485	26821	22873	22918	24419	26283	22873	22918	24419	26283
	500	5512	5943	6189	6189	6827	6827	22154	22902	24464	26773	22873	22918	24419	26283	22873	22918	24419	26283
2	100	252	269	302	302	304	304	1006	1026	1313	1344	1008	996	1107	1122	1008	996	1107	1122
	200	268	289	321	321	314	314	1053	1089	1352	1387	1058	1008	1198	1183	1058	1008	1198	1183
	500	247	261	299	299	309	309	998	1101	1289	1324	1003	1024	1103	1154	1003	1024	1103	1154
3	100	5685	5893	6477	6477	6657	6657	24136	23401	25486	25706	24189	23366	25546	25689	24189	23366	25546	25689
	200	5670	5901	6486	6486	6613	6613	24158	23383	25540	25654	24170	23314	25548	25714	24170	23314	25548	25714
	500	5701	5792	6472	6472	6598	6598	24161	23308	25519	25741	24212	23398	25608	25764	24212	23398	25608	25764

## 6.2 Exemplos Gerados Aleatoriamente

### 6.2.1 Construção dos Exemplos

Para a construção dos exemplos, todos os valores necessários foram gerados aleatoriamente. Em cada exemplo foi inicialmente determinado o número de produtos, fornecedores e condições de fornecimento a usar, tendo para isso sido gerados números inteiros aleatórios pertencentes aos intervalos  $[10, 50]$ ,  $[10, 50]$  e  $[100, 5000]$ , respetivamente. Os limites inferiores dos intervalos anteriores foram definidos por forma a que a dimensão dos problemas fosse relativamente elevada. Com valores abaixo desses limites verificou-se, por simulação computacional, que o número de soluções possíveis do problema seria relativamente reduzido pelo que, na maior parte dos casos, os métodos testados encontravam a solução ótima do problema. Por outro lado, a definição dos limites superiores teve como objetivo controlar o tempo de execução computacional dos algoritmos por forma a que este não fosse demasiado elevado.

Uma vez fixadas as dimensões do problema, foi fixado para cada fornecedor, o custo de transporte e o VME, sendo o primeiro um número real pertencente ao intervalo  $[0, 50]$  e o segundo um número também real pertencente ao intervalo  $[0, 100]$ . Contudo, por questões de coerência, obrigou-se a que o custo de transporte de um fornecedor fosse sempre inferior ao seu VME.

Seguidamente, para cada fornecedor, foi definido o conjunto de produtos que por ele podiam ser fornecidos, sendo também definido o número de níveis de desconto para cada um desses produtos. Isto é, para cada  $s \in S$ , foram definidos os conjuntos  $P_s$  e  $N_{sp}$ .

Posto isto, foram fixadas as quantidades mínimas de compra para cada nível de desconto bem como os custos unitários dos produtos nesses níveis. Para as quantidades de desconto foram gerados valores inteiros no intervalo  $[0, 1000]$ . Por outro lado, para os custos unitários foram gerados valores no intervalo  $]0, 2]$ . A razão da escolha de custos unitários reduzidos prende-se com o facto de que, quanto maiores forem esses valores, maiores serão os valores das encomendas colocadas aos fornecedores e consequentemente os VME serão mais facilmente atingidos, simplificando o problema. Mais uma vez, para garantir a coerência dos exemplos gerados, obrigou-se a que, para cada produto e fornecedor fixos, a quantidades mínimas de compra menores correspondessem custos unitários maiores e vice-versa.

Para terminar a geração dos exemplos, foram determinadas as quantidades pedidas (inteiras) de cada um dos produtos considerados, sendo estas pertencentes ao intervalo  $]0, 1000]$ .

Desta forma, geramos um total de 12 exemplos.

### 6.2.2 Resultados Obtidos para os Exemplos Construídos

Após a construção dos exemplos de teste, foi-lhes aplicada a Heurística SMP e o Algoritmo Genético descritos anteriormente.

Na Tabela 6.4 são especificadas as dimensões dos exemplos considerados, bem como o valor da solução ótima dos mesmos. Além disso, são também apresentados nessa tabela os valores das soluções obtidas pela Heurística SMP quando aplicada aos exemplos considerados bem como a diferença relativa entre esses valores e os valores ótimos. Para o cálculo da diferença relativa foi usada a formula:

$$gap := \frac{S_{heu} - S_{otima}}{S_{otima}} \times 100 \quad (6.1)$$

onde  $S_{heu}$  representa o valor da solução obtida pela Heurística SMP e  $S_{otima}$  representa o valor da solução ótima do problema (obtida pelo software *Xpress* usando a formulação apresentada na secção 2.1).

Tabela 6.4: Apresentação das dimensões (número de fornecedores, produtos e condições de fornecimento), valor ótimo e valor obtido pela Heurística SMP para os exemplos gerados.

Exemplo	Fornecedores	Produtos	Condições	Valor Ótimo	SMP
1	10	19	1738	190	207 ( 8.9%)
2	11	29	1670	264	323 (22.3%)
3	17	20	930	223	283 (26.9%)
4	19	25	1028	483	539 (11.6%)
5	20	18	2268	551	602 ( 9.3%)
6	22	35	632	564	630 (11.7%)
7	24	48	2573	356	445 (25.0%)
8	27	36	2322	281	365 (29.9%)
9	33	47	1943	786	861 ( 9.5%)
10	36	15	1351	143	240 (67.8%)
11	41	22	4601	196	271 (38.3%)
12	44	41	1118	877	985 (12.3%)

Na Tabela 6.5 são apresentados os resultados computacionais obtidos pela aplicação do Algoritmo Genético, nas suas diferentes versões, aos exemplos considerados. Na primeira coluna dessa tabela é identificado o exemplo em causa e na segunda é apresentado o valor da solução ótima do mesmo. Nas restantes colunas são apresentados os resultados do Algoritmo Genético para todas as variantes executadas conforme foi explicitado na Figura 5.8. A negrito são identificados os valores das melhores soluções obtidas. Foram ainda contabilizadas as situações em que os resultados obtidos por cada uma das variantes do Algoritmo Genético são os melhores, sendo o número dessas situações apresentado na antepenúltima linha da Tabela 6.5. Nas duas últimas linhas desta tabela é apresentada para cada variante do Algoritmo Genético, a melhor e a pior diferença relativa obtida.

Tabela 6.5: Resultados obtidos pela aplicação do Algoritmo Genético nas suas diferentes versões quando aplicado aos exemplos gerados aleatoriamente

Ex.	V. ótimo	Método Aleatório						Método do Torneio						Método da Roleta Russa					
		SDPM/ SM	SDIM/ SM	SDPM/ CM	SDIM/ CM	SDPM/ SM	SDIM/ SM	SDPM/ CM	SDIM/ CM	SDPM/ SM	SDIM/ SM	SDPM/ CM	SDIM/ CM	SDPM/ SM	SDIM/ SM	SDPM/ CM	SDIM/ CM	SDPM/ SM	SDIM/ CM
1	190	<b>200</b> (5.3%)	<b>200</b> (5.3%)	<b>200</b> (5.3%)	<b>200</b> (5.3%)	<b>200</b> (5.3%)	<b>200</b> (5.3%)	<b>200</b> (5.3%)	<b>200</b> (5.3%)	<b>200</b> (5.3%)	<b>200</b> (5.3%)	<b>200</b> (5.3%)	<b>200</b> (5.3%)	<b>200</b> (5.3%)	<b>200</b> (5.3%)	<b>200</b> (5.3%)	<b>200</b> (5.3%)	<b>200</b> (5.3%)	<b>200</b> (5.3%)
2	264	<b>265</b> (0.4%)	<b>265</b> (0.4%)	<b>265</b> (0.4%)	<b>265</b> (0.4%)	<b>265</b> (0.4%)	<b>265</b> (0.4%)	<b>265</b> (0.4%)	<b>265</b> (0.4%)	<b>265</b> (0.4%)	<b>265</b> (0.4%)	<b>265</b> (0.4%)	<b>265</b> (0.4%)	279 (5.7%)	279 (5.7%)	279 (5.7%)	279 (5.7%)	279 (5.7%)	279 (5.7%)
3	223	238 (6.7%)	238 (6.7%)	<b>224</b> (0.4%)	<b>224</b> (0.4%)	233 (4.5%)	238 (6.7%)	<b>224</b> (0.4%)	<b>224</b> (0.4%)	233 (4.5%)	238 (6.7%)	<b>224</b> (0.4%)	<b>224</b> (0.4%)	238 (6.7%)	233 (4.5%)	<b>224</b> (0.4%)	<b>224</b> (0.4%)	<b>224</b> (0.4%)	<b>224</b> (0.4%)
4	483	<b>484</b> (0.2%)	486 (0.6%)	485 (0.4%)	485 (0.4%)	488 (1.0%)	486 (0.6%)	485 (0.4%)	485 (0.4%)	488 (1.0%)	486 (0.6%)	485 (0.4%)	485 (0.4%)	<b>484</b> (0.2%)	486 (0.6%)	<b>484</b> (0.2%)	485 (0.4%)	<b>484</b> (0.2%)	485 (0.4%)
5	551	<b>553</b> (0.4%)	<b>553</b> (0.4%)	<b>553</b> (0.4%)	<b>553</b> (0.4%)	<b>553</b> (0.4%)	565 (2.5%)	<b>553</b> (0.4%)	<b>553</b> (0.4%)	<b>553</b> (0.4%)	565 (2.5%)	<b>553</b> (0.4%)	<b>553</b> (0.4%)	<b>553</b> (0.4%)	561 (1.8%)	<b>553</b> (0.4%)	<b>553</b> (0.4%)	<b>553</b> (0.4%)	<b>553</b> (0.4%)
6	564	615 (9.0%)	610 (8.2%)	601 (6.5%)	572 (1.4%)	615 (9.0%)	626 (11.0%)	607 (7.6%)	607 (7.6%)	615 (9.0%)	626 (11.0%)	607 (7.6%)	607 (7.6%)	610 (8.2%)	606 (7.4%)	<b>568</b> (0.7%)	572 (1.4%)	<b>568</b> (0.7%)	572 (1.4%)
7	356	421 (18.3%)	412 (15.7%)	402 (12.9%)	395 (11.0%)	423 (18.8%)	418 (17.4%)	<b>378</b> (6.2%)	<b>378</b> (6.2%)	423 (18.8%)	418 (17.4%)	<b>378</b> (6.2%)	<b>399</b> (12.1%)	407 (14.3%)	401 (12.6%)	<b>378</b> (6.2%)	<b>378</b> (6.2%)	<b>378</b> (6.2%)	<b>378</b> (6.2%)
8	281	314 (11.7%)	314 (11.7%)	312 (11.0%)	312 (11.0%)	312 (11.0%)	312 (11.0%)	308 (9.6%)	308 (9.6%)	312 (11.0%)	312 (11.0%)	308 (9.6%)	308 (9.6%)	313 (11.4%)	316 (12.4%)	<b>305</b> (8.5%)	312 (11.0%)	<b>305</b> (8.5%)	312 (11.0%)
9	786	819 (4.2%)	823 (4.7%)	802 (2.0%)	800 (1.8%)	827 (5.2%)	810 (3.1%)	<b>793</b> (0.9%)	<b>793</b> (0.9%)	827 (5.2%)	810 (3.1%)	<b>793</b> (0.9%)	799 (1.7%)	819 (4.2%)	814 (3.6%)	802 (2.0%)	802 (2.0%)	802 (2.0%)	802 (2.0%)
10	143	170 (18.9%)	168 (17.5%)	<b>152</b> (6.2%)	<b>152</b> (6.2%)	165 (15.4%)	168 (17.4%)	<b>152</b> (6.2%)	<b>152</b> (6.2%)	165 (15.4%)	168 (17.4%)	<b>152</b> (6.2%)	<b>152</b> (6.2%)	157 (9.8%)	<b>152</b> (6.2%)	<b>152</b> (6.2%)	<b>152</b> (6.2%)	<b>152</b> (6.2%)	<b>152</b> (6.2%)
11	196	223 (13.8%)	226 (15.3%)	212 (8.2%)	215 (9.7%)	221 (12.8%)	222 (13.2%)	<b>208</b> (6.1%)	<b>208</b> (6.1%)	221 (12.8%)	222 (13.2%)	<b>208</b> (6.1%)	212 (8.2%)	218 (11.2%)	225 (14.8%)	210 (7.1%)	<b>208</b> (6.1%)	210 (7.1%)	<b>208</b> (6.1%)
12	877	924 (5.4%)	930 (6.0%)	918 (4.7%)	918 (4.7%)	927 (5.7%)	937 (6.8%)	936 (6.7%)	927 (5.7%)	927 (5.7%)	937 (6.8%)	936 (6.7%)	927 (5.7%)	<b>904</b> (3.0%)	<b>904</b> (3.0%)	907 (3.4%)	921 (5.0%)	<b>904</b> (3.0%)	921 (5.0%)
Melhores Soluções		4	3	5	5	3	2	8	5	3	2	8	5	4	3	8	6	4	6
Menor Diferença		0.2%	0.4%	0.4%	0.4%	0.4%	0.4%	0.4%	0.4%	0.4%	0.4%	0.4%	0.4%	0.2%	0.6%	0.2%	0.4%	0.2%	0.4%
Maior Diferença		18.9%	17.5%	12.9%	11.0%	18.8%	17.4%	9.6%	12.1%	18.8%	17.4%	9.6%	12.1%	14.3%	14.8%	8.5%	11.0%	14.3%	11.0%

Tabela 6.6: Tempos de execução computacional do Algoritmo Genético nas suas diferentes versões, quando aplicado aos exemplos gerados aleatoriamente.

Exemplo	Método Aleatório						Método do Torneio						Método da Ruleta Russa					
	SDPM/		SDIM/		SDPM/		SDIM/		SDPM/		SDIM/		SDPM/		SDIM/		SDPM/	
	SM	CM	SM	CM	SM	CM	SM	CM	SM	CM	SM	CM	SM	CM	SM	CM	SM	CM
1	102	312	349	195	512	547	1395	682	429	537	1251	696	429	537	1251	696	429	537
2	218	405	910	475	1220	1237	1888	1565	1217	1262	2031	1688	1217	1262	2031	1688	1217	1262
3	162	154	226	283	557	539	1047	586	555	560	1065	605	555	560	1065	605	555	560
4	403	380	365	384	786	1284	1237	1291	799	1236	1255	1323	799	1236	1255	1323	799	1236
5	264	434	539	596	1046	1449	1579	1586	1100	1439	1593	1628	1100	1439	1593	1628	1100	1439
6	412	290	553	578	1560	1435	1751	1730	1560	1481	1756	1747	1560	1481	1756	1747	1560	1481
7	4080	4175	7421	5386	14439	9994	10752	15183	14348	10097	11465	15406	14348	10097	11465	15406	14348	10097
8	2273	2148	3123	3160	7781	7378	10126	10228	7636	7451	10385	10245	7636	7451	10385	10245	7636	7451
9	3378	3264	3731	10109	12115	11724	12452	24605	12265	11807	13452	22748	12265	11807	13452	22748	12265	11807
10	524	524	807	930	1190	11823	2918	3484	1201	11858	3110	3861	1201	11858	3110	3861	1201	11858
11	2567	2859	2339	2502	8912	6006	7901	8825	8925	6065	8020	8929	8925	6065	8020	8929	8925	6065
12	2148	2001	8726	7979	6800	7099	14675	20036	6775	7115	14478	17649	6775	7115	14478	17649	6775	7115

A Tabela 6.6 contém os tempos computacionais de execução do Algoritmo Genético nas suas diferentes versões para cada um dos exemplos considerados, sendo estes apresentados em segundos. Os tempos de execução referentes à Heurística SMP não foram aqui apresentados por serem todos inferiores a um segundo.

Por fim, na Tabela 6.7 são apresentadas as medidas estatísticas, média e desvio padrão, dos resultados obtidos pelas diferentes variantes do Algoritmo Genético, para cada um dos exemplos considerados. Nessa tabela é ainda apresentada a solução ótima de cada exemplo e a diferença relativa entre essa solução e a média das soluções obtidas pelas variantes do Algoritmo Genético. Na última coluna dessa tabela é ainda apresentada a menor diferença relativa entre as soluções obtida pelas variantes do Algoritmo Genético e a solução ótima dos exemplos. Mais uma vez, estas diferenças relativas são calculada através da fórmula (6.1).

Tabela 6.7: Valor da solução ótima dos exemplos considerados, média dos valores das soluções obtidas pelas variantes do Algoritmo Genético, diferença relativa entre a média dos valores obtidos pelo Algoritmo Genético e o valor da solução ótima do problema, desvio padrão dos valores das soluções obtidas pelo Algoritmo Genético e menor diferença relativa entre as soluções obtida pelas variantes do Algoritmo Genético e a solução ótima dos exemplos.

Exemplo	Valor Ótimo	Média	GAP Médio	Desvio Padrão	GAP Menor
1	190	200.0	5.3%	0.0	5.3%
2	264	269.7	2.2%	9.9	0.4%
3	223	230.2	3.2%	9.9	0.4%
4	483	485.3	0.5%	0.7	0.2%
5	551	554.7	0.7%	0.0	0.4%
6	564	600.9	6.5%	30.4	0.7%
7	356	401.0	12.6%	30.4	6.2%
8	281	311.5	10.8%	1.4	8.5%
9	786	809.4	3.0%	12.0	0.9%
10	143	157.7	10.3%	12.7	6.2%
11	196	216.7	10.6%	10.6	6.1%
12	877	921.1	5.0%	2.1	3.0%

Na secção seguinte é feita a análise e discussão dos resultados aqui apresentados.

### 6.3 Análise e Discussão de Resultados

Nesta secção analisamos os resultados computacionais obtidos nas duas secções anteriores. Começamos com a análise dos exemplos provenientes dos projetos da HFA e concluiremos com a análise dos exemplos gerados aleatoriamente.

No caso dos exemplos da HFA, os resultados obtidos pela Heurística SMP e pelo Algoritmo Genético são exatamente os mesmos, coincidindo também com os valores dos orçamentos ótimos desses problemas, tal como se pode constatar pelas Tabelas 6.1 e 6.2. Assim, as heurísticas desenvolvidas podem ser métodos eficazes para solucionar o problema da HFA. Além disso, os tempos de execução da Heurística SMP são praticamente instantâneos e, pela Tabela 6.3, percebemos que os tempos de execução computacional do Algoritmo Genético são também relativamente baixos, quando comparados com o limite de 24 horas estabelecido pela empresa. De facto, esses tempos são todos inferiores a 27000 segundos (7.5 horas), o que viabiliza a aplicabilidade das heurísticas aos projetos da HFA.

É de referir também que os tempos de execução registados para o Algoritmo Genético são referentes às 100 repetições do seu processo base. Contudo, para cada projeto considerado, os resultados obtidos em cada uma das 100 repetições foram exatamente os mesmos (apesar de não serem aqui apresentados). Assim bastaria ter-se apenas efetuado uma única vez o processo, sendo que neste caso os tempos de execução seriam muito inferiores, da ordem dos minutos.

O que pode explicar os bons resultados obtidos pelas heurísticas é a simplicidade dos exemplos considerados, sendo esta resultante da falta de informação existente na plataforma usada pela empresa. Muitas vezes, aquando da inserção dos dados das faturas na plataforma, alguns campos são indevidamente preenchidos, nomeadamente o que se refere aos custos de transporte e aos VME dos fornecedores, pelo que, nestes casos, estes parâmetros são assumidos como nulos. Assim, as restrições de VME são ignoradas, simplificando bastante o problema.

Além disso, toda a forma de armazenamento de informação na plataforma não evidencia uma estrutura clara dos patamares de desconto dos produtos nem das quantidades mínimas que lhes estão associadas, pelo que os patamares considerados são bastante grosseiros. Para explicar esta situação suponhamos que é feita a um fornecedor uma encomenda de  $x$  unidades de um determinado produto  $p$ , ao preço unitário  $c_x$ . Na plataforma ficará registado o fornecedor em causa, o seu custo de transporte e o seu VME, o produto encomendado, a quantidade  $x$  encomendada e o preço unitário  $c_x$  associado a essa quantidade. Suponhamos que posteriormente, para a montagem de um segundo equipamento, necessitamos novamente de encomendar o produto  $p$ . A única informação que teremos sobre este produto será a de que o seu preço unitário para  $x$  unidades é  $c_x$ . Não existe assim qualquer informação guardada em termos de preços para quantidades diferentes de  $x$ .

Por esta razão, nas heurísticas desenvolvidas assumiu-se que: (1) caso se pretendesse encomendar uma quantidade do produto  $p$  inferior a  $x$  segundo a condição de fornecimento anterior, seríamos obrigados a encomendar a quantidade  $x$  desse produto pois a única informação acerca dos custos que teríamos seria referente a essa quantidade; (2) caso se pretendesse encomendar uma quantidade superior a  $x$  poder-se-ia encomendar exatamente essa quantidade considerando como preço unitário  $c_x$ . Note-se que no primeiro caso aumentamos a quantidade



de produto que seria necessário encomendar piorando o valor do orçamento. No segundo caso, não consideramos a possibilidade de existirem outros patamares de desconto superiores ao que é estabelecido pela quantidade  $x$ . A serem considerados, o preço unitário associado a esses níveis seria inferior a  $c_x$ , o que poderia permitir melhorar o valor do orçamento. Além disso, o primeiro caso faz com que as quantidades encomendadas sejam relativamente elevadas, pelo que as quantidades mínimas que irão definir os patamares para as encomendas seguintes serão igualmente elevadas. Por esta razão, mesmo que o número de unidades necessárias de uma determinada componente seja reduzido, serão encomendadas grandes quantidades dessas componentes uma vez que em muitos casos não existe na base de dados informação acerca dos preços unitários para números de unidades menores. Assim sendo, aumentam os valores das encomendas aos fornecedores e consequentemente o seu VME é mais facilmente atingido, simplificando bastante o problema. É também este facto que justifica a proximidade do valor dos orçamentos apresentados na Tabela 6.2 para quantidades diferentes de produtos finais, principalmente para as quantidades 100 e 200.

Uma questão que se pode colocar na apresentação das soluções obtidas pelas heurísticas testadas é a do porquê de não serem apresentados, para os projetos provenientes da empresa HFA, as soluções por ela obtidas manualmente. A justificação prende-se com o facto de que muitas vezes para a elaboração manual dos orçamentos não é apenas usada informação disponível na plataforma. Frequentemente são contactados diretamente os fornecedores e o preço de venda dos produtos é negociado nesse instante. Outra situação que ocorre com frequência é a consulta do site dos fornecedores onde são apresentados os patamares de desconto de cada um dos produtos. Por outro lado, quando a empresa usa condições de fornecimento presentes na plataforma, alguns dos patamares que lhes estão associados são ignorados, levando a que se encomendem quantidades inferiores às quantidades mínimas que validam o uso desses patamares. Por estas razões, a empresa terá muito mais possibilidades de escolha do que as que estão presentes nos dados que nos são disponibilizados para a aplicação das heurísticas. Assim, é de esperar que em muitos casos os orçamentos obtidos pela empresa sejam mais baixos que os que são obtidos pelas heurísticas testadas. Por esta razão, não faz sentido comparar soluções associadas a bases de dados diferentes, pelo que como termo de comparação se usa apenas a solução ótima obtida considerando a informação disponível na plataforma.

Analisamos agora os resultados obtidos pelas heurísticas desenvolvidas quando aplicadas aos doze exemplos gerados aleatoriamente.

Pela tabela 6.4 verificamos que a diferença relativa entre as soluções ótimas e as soluções obtidas pela Heurística SMP oscila entre os 8.9 e os 67.8 por cento. Por esta razão, os resultados obtidos por esta heurística ficam um pouco aquém do que seria desejado. Contudo, há que ter em conta que o processo subjacente a esta heurística é bastante simples de se aplicar e, além disso, os tempos necessários para a sua execução computacional são praticamente instantâneos, o que constitui uma mais valia desta heurística.

Note-se que, com base nos resultados obtidos, não parece existir qualquer relação entre as dimensões dos exemplos e as diferenças relativas entre o valor das soluções obtidas pela Heurística SMP e o valor da solução ótima desses exemplos.

Os resultados obtidos pelo Algoritmo Genético são, em todos os casos, melhores do que os que foram obtidos pela Heurística SMP, o que seria de esperar uma vez que esta está integrada total ou parcialmente neste algoritmo. Quanto às variantes do Algoritmo Genético, podemos verificar pelos resultados obtidos na Tabela 6.5 que nenhuma delas é absolutamente melhor que qualquer uma das outras. Contudo, para os exemplos em causa, os melhores resultados são obtidos principalmente considerando como método de seleção de soluções para o cruzamento o Método do Torneio e o Método da Roleta Russa, considerando como método de seleção de soluções para a nova população o Método SDPM (Seleção do Descendente e Progenitor Melhor) e aplicando a operação de mutação.

De referir, também, que os resultados obtidos pelas doze versões do algoritmo para um mesmo exemplo não são em geral homogêneos, existindo algumas disparidades entre eles. Como se pode ver pela Tabela 6.7, as maiores disparidades, evidenciadas pelo desvio padrão, são referentes aos exemplos 6 e 7. Por outro lado, os valores mais homogêneos correspondem aos exemplos 1, 4 e 5. Contudo, aparentemente, não parece existir qualquer razão que fundamente estes resultados, a não ser eventualmente a estrutura dos exemplos em causa.

Para os exemplos considerados, a diferença relativa entre a sua solução ótima e as soluções obtidas pela Algoritmo Genético varia entre 0.2 e os 18.9 por cento. Contudo, pela última coluna da Tabela 6.7, verifica-se que o conjunto das doze versões do Algoritmo Genético permite obter soluções para os exemplos considerados com diferenças relativas inferiores a 8.5%.

Ainda na Tabela 6.5, pela última linha, verificamos que as maiores diferenças obtidas são, de um modo geral, referentes às versões do algoritmo que não incluem o processo de mutação.

Um facto muito evidenciado pelos resultados obtidos é exatamente a importância da operação de mutação pois, as versões do Algoritmo Genético que incluem essa operação apresentam melhores resultados que as versões nas quais esse processo não é incluído. Apenas em dois casos, exemplos 4 e 12, isto não se verifica.

Finalmente, pela análise da Tabela 6.6, pode-se verificar que os tempos de execução computacional do Algoritmo Genético são inferiores a 25200 segundos (7 horas), o que faz com que o algoritmo cumpra os limites temporais de execução estabelecidos pela empresa HFA.

De realçar também que nas 100 repetições do processo base do Algoritmo Genético os resultados obtidos são muito variados, o que reflete também a complexidade dos exemplos em causa. Note-se também que nos exemplos resultantes dos projetos provenientes da HFA, em todas as 100 repetições do processo, os resultados obtidos foram sempre os mesmos. Nestes exemplos isso não se verifica uma vez que ao longo das 100 repetições do processo os resultados obtidos foram muito distintos (apesar de não serem aqui apresentados).

## Capítulo 7

# Conclusão

Ao longo desta dissertação estudamos o problema de seleção de fornecedores proposto pela empresa *Talents & Treasures* no âmbito do estágio final do curso de Mestrado de Matemática e Aplicações. Neste problema são tidas em conta encomendas de vários produtos, descontos de quantidade por patamares, dimensões dos pacotes de embalagem dos produtos e ainda custos de transporte e valores mínimos de encomenda de fornecedores. Começamos por descrever especificamente o problema em causa bem como a motivação para o seu estudo. Após caracterizado o problema, apresentamos a sua formulação usando Programação Linear Inteira.

Posteriormente efetuamos uma revisão bibliográfica das técnicas e trabalhos elaborados por alguns autores para resolver problemas de seleção de fornecedores considerando encomendas de vários produtos, sendo que em muitos deles são também tidos em conta descontos de quantidade. Esta revisão, permite perceber que o estudo de problemas de seleção de fornecedores para vários produtos é relativamente recente, o que pode ser justificado pela grande complexidade que lhes está associada.

Seguidamente, descrevemos algumas das técnicas que ao longo do tempo têm sido aplicadas a problemas de seleção de fornecedores. Uma vez feita essa descrição, apresentamos duas heurísticas que permitem obter soluções para o problema proposto no âmbito do estágio curricular. A primeira heurística, que designamos por Heurística SMP, é uma heurística híbrida composta por duas partes, sendo que na primeira é determinada uma primeira solução admissível para o problema e na segunda essa mesma solução é melhorada. A segunda heurística é um Algoritmo Genético com doze versões, uma vez que em alguns dos passos que ele engloba são apresentadas formas alternativas de proceder. Estes passos dizem respeito à seleção de soluções para o cruzamento, à seleção de soluções para a população seguinte e à aplicação ou não de uma operação de mutação às soluções obtidas. Após a descrição das heurísticas estas são aplicadas a três projetos provenientes da empresa HFA por forma a testar a sua eficácia. Com os dados fornecidos pela empresa, obtemos também a solução ótima do problema VPDQ, usando a formulação para ele apresentada. Verificamos que as soluções ótimas dos projetos e as soluções obtidas pelas heurísticas coincidem, pelo que estas podem servir como ferramenta

para a determinação de orçamentos automáticos, tal como é pretendido. Esta conclusão é apoiada pela análise dos tempos de execução dessas heurísticas uma vez que estes se revelaram relativamente baixos e inferiores ao limite temporal de 24 horas estabelecido pela HFA.

Podemos concluir, contudo, que o facto das heurísticas encontrarem a solução ótima dos projetos pode resultar da simplicidade dos mesmos. Simplicidade essa justificada pela falta de informação subjacente aos dados de que a empresa dispõe. Assim, para de facto perceber se as heurísticas propostas são suficientemente eficazes para resolver o problema VPDQ na presença de informação completa, geramos doze exemplos aleatórios aos quais estas são aplicadas. Devido ao seu carácter aleatório, os exemplos obtidos são mais complexos que os exemplos provenientes da empresa, pelo que nos permitem testar de forma mais apropriada a eficácia das heurísticas desenvolvidas para o problema VPDQ.

Apesar de, para estes exemplos, a solução ótima nunca ser encontrada por nenhuma das heurística, as soluções obtidas pelas variantes do Algoritmo Genético estão bastante próximas dessa solução. Já os resultados obtidos pela Heurística SMP estão muito aquém do esperado. Também para estes exemplos, os tempos decorridos na execução computacional do Algoritmo Genético são relativamente baixos, estando dentro do limite estabelecido pela HFA.

Conclui-se assim que, caso o processo de tratamento e armazenamento de informação na plataforma usada pela HFA não se altere, quer a Heurística SMP quer o Algoritmo Genético podem ser utilizados como ferramenta para a elaboração automática de orçamentos. E, como os tempos de execução da Heurística SMP são muito inferiores aos tempos de execução do Algoritmo Genético, esta é a melhor opção de escolha. Contudo, com o aumento da complexidade dos problemas, esta torna-se pouco eficaz, sendo por isso preferível a utilização do Algoritmo Genético que é muito mais robusto. O Algoritmo Genético que desenvolvemos é por isso uma boa alternativa para a obtenção de solução do problema VPDQ.

Como sugestão de melhoria para a empresa sugeríamos a remodelação da plataforma que serve como base de dados ao processo de seleção de fornecedores para que possa guardar informação atualizada e completa dos fornecedores e dos produtos que por eles podem ser fornecidos. Isto é, de modo a que houvesse informação clara acerca dos patamares de desconto para todos os produtos necessários bem como dos custos de transporte e dos valores mínimos de encomenda estabelecidos pelos fornecedores. Assim, seria possível obter resultados mais fidedignos dos que os que atualmente são obtidos.

# Bibliografia

- [1] Ahuja RA, Ergun O, Orlin JB, Punnen A, A survey of very large-scale neighborhood search techniques. *Discrete Applied Mathematics*, 123, 75–102, 2002.
- [2] Aksoy A, Öztürk N, Supplier selection and performance evaluation in just-in-time production environments. *Expert Systems with Applications*, 38, 6351–6359, 2011.
- [3] Aliabadi DE, Kaazemi A, Pourghannad B, A two-level GA to solve an integrated multi-item supplier selection model. *Applied Mathematics and Computation*, 219, 7600–7615, 2013.
- [4] Amid AA, Ghodsypour SH, Brien CO, Fuzzy multi-objective linear model for supplier selection in supply chain. *International Journal of Production Economics*, 104, 394–407, 2006.
- [5] Amin SH, Razmi J, An integrated fuzzy model for supplier management: A case study of ISP selection and evaluation. *Expert Systems with Applications*, 36, 8639–8648, 2009.
- [6] Amin SH, Razmi J, Zhang G, Supplier selection and order allocation based on fuzzy SWOT analysis and fuzzy linear programming. *Expert Systems with Applications*, 38, 334–342, 2011.
- [7] Arikan F, Multiple Objective Fuzzy Sourcing Problem with Multiple Items in Discount Environments. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 1-14, 2015.
- [8] Bevilacqua M, Ciarapica FE, Giacchetta G, A fuzzy-QFD approach to supplier selection. *Journal of Purchasing and Supply Management*, 12, 14-27, 2006.
- [9] Bhattacharya A, Geraghty J, Young P, Supplier selection paradigm: An integrated hierarchical QFD methodology under multiple-criteria environment. *Applied Soft Computing*, 10, 1013–1027, 2010.
- [10] Blesa MJ, Blum C, Gaspero LD, Roli A, Sampels M, Schaerf A, Hybrid Metaheuristics, 6th International Workshop, Udine, Italy. Springer, 2009.

- [11] Bottani E, Rizzi A, An adapted multi-criteria approach to suppliers and products selection - An application oriented to lead-time reduction. *International Journal of Production Economics*, 111, 763–781, 2008.
- [12] Büyüközkan G, Çifçi G, A novel fuzzy multi-criteria decision framework for sustainable supplier selection with incomplete information. *Computers in Industry*, 62, 164–174, 2011.
- [13] Chamodrakas I, Batis D, Martakos D, Supplier selection in electronic marketplaces using satisfying and fuzzy AHP. *Expert Systems with Applications*, 37, 490–498, 2010.
- [14] Chan FT, Kumar N, Global supplier development considering risk factors using fuzzy extended AHP-based approach. *Omega*, 35, 417 – 431, 2007.
- [15] Chang B, Chang C, Wu C, Fuzzy DEMATEL method for developing supplier selection criteria. *Expert Systems with Applications*, 38, 1850–1858, 2011.
- [16] Charnes A, Cooper WW, Rhodes E, Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429–444, 1978.
- [17] Che ZH, Wang HS, Supplier selection and supply quantity allocation of common and non-common parts with multiple criteria under multiple products. *Computers & Industrial Engineering*, 55, 110–133, 2008.
- [18] Chen W, Structured methodology for supplier selection and evaluation in a supply chain. *Information Sciences*, 181, 1651–1670, 2011.
- [19] Chou S, Chang Y, A decision support system for supplier selection based on a strategy-aligned fuzzy SMART approach. *Expert Systems with Applications*, 34, 2241–2253, 2008.
- [20] Cohon JL, Multiobjective Programming and Planning. Courier Corporation, 2004.
- [21] Coley DA, An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers. World Scientific Publishing Company, 1997.
- [22] Costa M, Requejo C, Rodrigues F, The suppliers selection problem: a case study. Artigo aceite para publicação em *Springer*, 2015.
- [23] Costa M, Problema de seleção de fornecedores considerando vários produtos. Tese de Mestrado, Universidade de Aveiro, 2015.
- [24] Çelebi D, Bayraktar D, An integrated neural network and data envelopment analysis for supplier evaluation under incomplete information. *Expert Systems with Applications*, 35, 1698–1710, 2008.

- [25] Dahel NE, Vendor selection and order quantity allocation in volume discount environments. *Supply Chain Management: An International Journal*, 8, 335–342, 2003.
- [26] Darwin C, On the Origin of Species by Means of Natural Selection, or the Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life, 1859.
- [27] Demirtas EA, Ustun O, An integrated multiobjective decision making process for supplier selection and order allocation. *Omega*, 36, 76–90, 2008.
- [28] Dréo J, Pétrowski A, Siarry P, Taillard E, Metaheuristics for Hard Optimization, Methods and Case Studies. Springer, 2006.
- [29] Ebrahim RM, Razmi J, Haleh H, Scatter search algorithm for supplier selection and order lot sizing under multiple price discount environment. *Advances in Engineering Software*, 40, 766–776, 2009.
- [30] Feng B, Fan ZP, Li Y, A decision method for supplier selection in multiservice outsourcing. *International Journal of Production Economics*, 132, 240–250, 2011.
- [31] Florez-Lopez R, Strategic supplier selection in the added-value perspective: A CI approach. *Information Sciences*, 177, 1169–1179, 2007.
- [32] Gencer C, Gurpinar D, Analytic network process in supplier selection: A case study in an electronic firm. *Applied Mathematical Modelling*, 31, 2475–2486, 2007.
- [33] Glover F, Kochenberger GA, Handbook of Metaheuristics. Kluwer International Series Academic Publishers, 2002.
- [34] Goldberg DE, Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. Addison-Wesley Longman Publishing, 1989.
- [35] Guneri AF, Yucel A, Ayyildiz G, An integrated fuzzy-lp approach for a supplier selection problem in supply chain management. *Expert Systems with Applications*, 36, 9223–9228, 2009.
- [36] Há SH, Krishnan R, A hybrid approach to supplier selection for the maintenance of a competitive supply chain. *Expert Systems with Applications*, 34, 1303–1311, 2008.
- [37] Holland JH, Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence. University of Michigan Press, 1975.
- [38] Jolai F, Yazdian SA, Shahanaghi K, Khojasteh MA, Integrating fuzzy TOPSIS and multi-period goal programming for purchasing multiple products from multiple suppliers. *Journal of Purchasing and Supply Management*, 17, 42–53, 2011.

- [39] Kahraman C, Cebeci U, Ulukan Z, Multi-criteria supplier selection using fuzzy AHP. *Logistics Information Management*, 16, 382-394, 2003.
- [40] Kara SS, Supplier selection with an integrated methodology in unknown environment. *Expert Systems with Applications*, 38, 2133–2139, 2011.
- [41] Keskin GA, Ilhan S, Ozkan C, The Fuzzy ART algorithm: A categorization method for supplier evaluation and selection. *Expert Systems with Applications*, 37, 1235–1240, 2010.
- [42] Kilic HS, An integrated approach for supplier selection in multi-item/multi-supplier environment. *Applied Mathematical Modelling*, 37, 7752–7763, 2013.
- [43] Kilincci O, Onal SA, Fuzzy AHP approach for supplier selection in a washing machine company. *Expert Systems with Applications*, 38, 9656–9664, 2011.
- [44] Kokangul A, Susuz Z, Integrated analytical hierarch process and mathematical programming to supplier selection problem with quantity discount. *Applied Mathematical Modelling*, 33, 1417–1429, 2009.
- [45] Kuo RJ, Hong SY, Huang YC, Integration of particle swarm optimization-based fuzzy neural network and artificial neural network for supplier selection. *Applied Mathematical Modelling*, 34, 3976–3990, 2010.
- [46] Kuo RJ, Wang YC, Tien FC, Integration of artificial neural network and MADA methods for green supplier selection. *Journal of Cleaner Production*, 18, 1161-1170, 2010.
- [47] Lee AH, A fuzzy supplier selection model with the consideration of benefits, opportunities, costs and risks. *Expert Systems with Applications*, 36, 2879–2893, 2009.
- [48] Lee AH, Kang H, Chang C, Fuzzy multiple goal programming applied to TFT-LCD supplier selection by downstream manufacturers. *Expert Systems with Applications*, 36, 6318–6325, 2009.
- [49] Liao C, Kao H, Supplier selection model using Taguchi loss function, analytical hierarchy process and multi-choice goal programming. *Computers and Industrial Engineering*, 58, 571–577, 2010.
- [50] Liao C, Kao H, An integrated fuzzy TOPSIS and MCGP approach to supplier selection in supply chain management. *Expert Systems with Applications*, 38, 10803–10811, 2011.
- [51] Lima FR, Carpinetti LC, Osiro L, Problema de seleção e avaliação de fornecedores: Caracterização da literatura científica por meio de um levantamento bibliográfico sistemático. XXXI Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Brasil, 2011.



- [52] Lin R, An integrated FANP–MOLP for supplier evaluation and order allocation. *Applied Mathematical Modelling*, 33, 2730–2736, 2009.
- [53] Lin C, Chen C, Ting Y, An ERP model for supplier selection in electronics industry. *Expert Systems with Applications*, 38, 1760–1765, 2011.
- [54] Liu J, Ding FY, Lall V, Using data envelopment analysis to compare suppliers for supplier selection and performance improvement. *Supply Chain Management: An International Journal*, 5, 143-150, 2010.
- [55] Mafakheri FM, Breton M, Ghoniem A, Supplier selection-order allocation: A two-stage multiple criteria dynamic programming approach. *International Journal of Production Economics*, 132, 52-57, 2011.
- [56] Mitchell M, An Introduction to Genetic Algorithms. The MIT Press, 1996.
- [57] Mohamadia H, Sadeghi A, Presenting a multi objective model for Supplier selection in order to reduce green house gas emission under uncertion demand. *International Journal of Supply and Operations Management*, 1, 228-244, 2014.
- [58] Mukherjee K, Supplier selection criteria and methods: past, present and future. *International Journal of Operations Research*, 1, 162-174, 2014.
- [59] Narasimhan R, Talluri S, Mahapatra SK, Multiproduct multicriteria model for supplier selection with product life-cycle considerations. *Decision Sciences*, 37, 577–603, 2006.
- [60] Nazari-Shirkouhi S, Shakouri H, Javadi B, Keramati A, Supplier selection and order allocation problem using a two-phase fuzzy multi-objective linear programming. *Applied Mathematical Modelling*, 37, 9308–9323, 2013.
- [61] Ng WL, An efficient and simple model for multiple criteria supplier selection problem. *European Journal of Operational Research*, 186, 1059–1067, 2008.
- [62] Ozkok BA, Tiryaki F, A compensatory fuzzy approach to multi-objective linear supplier selection problem with multiple-item. *Expert Systems with Applications*, 38 11363–11368, 2011.
- [63] Önut S, Kara SS, Isik E, Long term supplier selection using a combined fuzzy MCDM approach: A case study for a telecommunication company. *Expert Systems with Applications*, 36, 3887–3895, 2009.
- [64] Özgen D, Önut S, Gülsün B, Tuzkaya UR, Tuzkaya G, A two-phase possibilistic linear programming methodology for multi-objective supplier evaluation and order allocation problems. *Information Sciences*, 178, 485–500, 2008.

- [65] Punniyamoorthy M, Mathiyalagan P, Parthiban P, A strategic model using structural equation modeling and fuzzy logic in supplier selection. *Expert Systems Applications*, 38, 458–474, 2011.
- [66] Razmi J, Rafiei H, Hashemi M, Designing a decision support system to evaluate and select suppliers using fuzzy analytic network process. *Computers and Industrial Engineering*, 57, 1282–1290, 2009.
- [67] Razmi J, Maghool E, Multi-item supplier selection and lot-sizing planning under multiple price discounts using augmented  $\epsilon$ -constraint and Tchebycheff method. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 49, 379–392, 2010.
- [68] Rezaei J, Davoodi M, Multi-objective models for lot-sizing with supplier selection. *International Journal of Production Economics*, 130, 77–86, 2011.
- [69] Saaty TL, The analytic hierarchy process. McGraw-Hill, New York, 1980.
- [70] Saaty TL, Decision Making with Dependence and Feedback: The Analytic Network Process. RWS Publications, 1996.
- [71] Sanayei A, Mousavi SF, Yazdankhah A, Group decision making process for supplier selection with VIKOR under. *Expert Systems with Applications*, 37, 24–30, 2010.
- [72] Schoenherr T, Deciding on the Appropriateness of B2B Reverse Auction Technology Adoption: An AHP Approach Combined with Integer Programming. *Journal of International Information Management*, 13, 21–32, 2004.
- [73] Shemshadi A, Shirazib H, Toreihia M, Tarokh MJ, A fuzzy VIKOR method for supplier selection based on entropy measure for objective weighting. *Expert Systems with Applications*, 38, 12160–12167, 2011.
- [74] Shin WS, Ravindran A, A comparative study of interactive tradeoff cutting plane methods for MOMP. *European Journal of Operational Research*, 56, 380–393, 1992.
- [75] Sivanandam SN, Deepa SN, Introduction to Genetic Algorithms. Springer, 2007.
- [76] Torabi SA, Hassini E, An interactive possibilistic programming approach for multiple objective supply chain master planning. *Fuzzy Sets and Systems*, 159, 193–214, 2008.
- [77] Torabi SA, Hassini E, Multi-site production planning integrating procurement and distribution plans in multi-echelon supply chains: an interactive fuzzy goal programming approach. *International Journal of Production Research*, 47, 5475–5499, 2009.
- [78] Ustun O, Dermitas EA, An integrated multi-objective decision-making process for multi-period lotsizing with supplier selection. *Omega*, 36, 509–521, 2008.

- [79] Ustun O, Dermitas EA, Multi-period lot-sizing with supplier selection using achievement scalarizing functions. *Computers and Industrial Engineering*, 54, 918–931, 2008.
- [80] Vinodh S, Ramiya RA, Gautham SG, Application of fuzzy analytic network process for supplier selection in a manufacturing organisation. *Expert Systems Applications*, 38, 272–280, 2011.
- [81] Wadhwa V, Ravindran AR, Vendor selection in outsourcing. *Computers & Operations Research*, 34, 3725–3737, 2007.
- [82] Wang J, Cheng C, Kun-Cheng H, Fuzzy hierarchical TOPSIS for supplier selection. *Applied Soft Computing*, 9, 377–386, 2009.
- [83] Wang T, Yang Y, A fuzzy model for supplier selection in quantity discount environments. *Expert Systems with Applications*, 36, 12179–12187, 2009.
- [84] Ware NR, Singh SP, Banwet DK, Supplier selection problem: A state-of-art review. *Management Science Letters*, 2, 1465–1490, 2012.
- [85] Wu DD, A systematic stochastic efficiency analysis model and application to international supplier performance evaluation. *Expert Systems with Applications*, 37, 6257–6264, 2010.
- [86] Xia W, Wu Z, Supplier selection with multiple criteria in volume discount environments. *Omega*, 35, 494–504, 2007.
- [87] Yang PC, Wee HM, Pai S, Tseng YF, Solving a stochastic demand multi-product supplier selection model with service level and budget constraints using Genetic Algorithm. *Expert Systems with Applications*, 38, 14773–14777, 2011.
- [88] Yücel A, Güneri AF, A weighted additive fuzzy programming approach for multi-criteria supplier selection. *Expert Systems with Applications*, 38, 6281–6286, 2011.
- [89] Zadeh LA, Fuzzy Sets, *Information and Control*, 8, 338–353, 1965.
- [90] Zarandi M, Saghi S, A comprehensive fuzzy multi-objective model for supplier selection process. In FUZZ '03, The 12th IEEE International Conference on Fuzzy System, 1, 368–373, 2003.
- [91] Zeydan M, Çolpan C, Çobanoğlu C, A combined methodology for supplier selection and performance evaluation. *Expert Systems with Applications*, 38, 2741–2751, 2011.
- [92] Zhang G, Ma L, Optimal acquisition policy with quantity discounts and uncertain demands. *International Journal of Production Research*, 47, 2409–2425, 2009.